

## Corrélation. Droites de régression

### Exercice 1 Données Budget

Il s'agit d'un extrait d'une enquête (ONU 1967) sur les budgets-temps (temps passé dans différentes activités au cours de la journée).

Les colonnes comprennent 3 variables numériques, le temps passé en : Profession (PROF), Transport (TRAN) et loisirs (LOIS). Les temps sont notés en centièmes d'heures. Le code suivant est utilisé pour identifier les lignes :

H : hommes, F : femmes, A : actifs, N : non actifs, M : mariés, C : célibataires,  
 U : USA, W : pays de l'ouest, E : Est sauf Yougoslavie, Y : Yougoslavie.

Budget	PROF	TRAN	LOIS
HAU	610	140	315
FAU	475	90	305
FNU	10	0	430
HMU	615	140	305
FMU	179	29	373
HCU	585	115	385
FCU	482	94	336
HAW	653	100	330
FAW	511	70	262
FNW	20	7	368
HMW	656	97	321
FMW	168	22	311
HCW	643	105	388
FCW	429	34	392
HAY	650	140	365

Budget	PROF	TRAN	LOIS
FAY	560	105	235
FNY	10	10	380
HMY	650	145	358
FMY	260	52	295
HCY	615	125	475
FCY	433	89	408
HAE	650	142	334
FAE	578	106	228
FNE	24	8	398
HME	652	133	310
FME	436	79	231
HCE	627	148	463
FCE	434	86	380
Moy	451	86	346
Ety	223	47	63

- 1) Représenter le nuage de points correspondant aux variables PROF et TRAN, puis celui correspondant aux variables PROF et LOIS.
- 2) Calculer la covariance et le coefficient de corrélation pour le couple de variables (PROF, TRAN), puis pour le couple (PROF, LOIS). Dans chacun des deux cas, la corrélation est-elle significative ?
- 3) Déterminer l'équation de la droite de régression de TRAN selon les valeurs de PROF. Quelle est la part de la variance de TRAN qui est "expliquée" par PROF ?

Réponses : 2)  $Cov(PROF, TRAN) = 9805.12$ ,  $r(PROF, TRAN) = 0.93$ ;  $Cov(PROF, LOIS) = -2651.87$ ,  $r(PROF, LOIS) = -0.19$ . Seule la corrélation entre PROF et TRAN est significative. L'équation de la droite de régression est :  $TRAN = 0.1977 PROF - 3.15$ . La part de la variance de TRAN "expliquée par" PROF est de  $\frac{Var(\widehat{TRAN})}{Var(TRAN)} = r^2 = 0.87$ .

### Exercice 2

Quinze élèves, désignés par les lettres de A à O ont été classés une première fois par une épreuve de français, une seconde fois par une épreuve de mathématiques. Calculer le coefficient décrivant la corrélation entre ces deux classements.

Elèves	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
Fran.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Math.	9	3	1	11	2	5	8	13	4	10	7	14	15	6	12

Réponses :  $Cov(F, M) = 9.47$ ;  $\rho = 0.51$ . La corrélation est à peine significative à 5%. Remarquez qu'il s'agit ici d'un coefficient de corrélation des rangs. On pourra consulter le

paragraphe Corrélation des rangs de Spearman d'un ouvrage de statistiques. Le coefficient de corrélation peut égelement être obtenu à l'aide de la formule :

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{N(N^2 - 1)}$$

dans laquelle  $N$  est le nombre de sujets et  $d_i$  est la différence entre le rang obtenu sur la première variable et celui obtenu sur la seconde.

**Exercice 3**

On mène une étude sur les variations circadiennes de la charge mentale induite par une tâche simple et répétitive. (*circadien signifie "sur un cycle de 24 heures"*).

On considère un échantillon homogène de sujets et on relève, à différents moments de la journée :

- la vitesse d'exécution d'une tâche répétitive simple (nombre d'appuis sur un bouton par minute)

- l'indice de charge mentale induite (mesuré à partir du temps de réaction à un stimulus auditif simple).

On obtient les résultats suivants (moyennes obtenues sur l'ensemble des sujets observés).

Moment	8	10	12	14	16	18	20	22	24
Vitesse	64,54	66,61	71,01	70,10	70,08	68,42	66,63	64,12	63,12
Indice	1,117	1,130	1,171	1,140	1,141	1,129	1,107	1,072	1,052

1) Construire un nuage de points en plaçant en abscisse la variable "moment de la journée", en ordonnée la vitesse, et en choisissant judicieusement les unités.

D'après ce graphique :

- semble-t-il exister une relation entre le moment de la journée et la vitesse ?

- serait-il pertinent de calculer un coefficient de corrélation linéaire pour évaluer l'intensité de cette relation ?

2) Mêmes questions pour les variables vitesse et indice de charge mentale.

3) Calculer la covariance et le coefficient de corrélation linéaire entre les variables vitesse ( $x_i$ ) et indice de charge mentale ( $y_i$ ). La corrélation est-elle significative au seuil de 1% ? Quelle est la part de la variance des  $y_i$  qui est "expliquée" par celle des  $x_i$  ?

*Vu la faible amplitude des variations de l'indice, on aura soin de garder un nombre suffisant de décimales dans les calculs intermédiaires. On utilisera par ailleurs les résultats intermédiaires suivants :*

$$\sum x_i = 604,63; \sum y_i = 10,059; \sum x_i^2 = 40686,3023, \sum y_i^2 = 11,253289; \sum x_i y_i = 676,53294$$

4) Déterminer une équation de la droite de régression de l'indice de charge mentale en fonction de la vitesse. Construire cette droite sur le graphique précédent.

Réponses : 1 et 2) Il semble exister une relation entre le moment de la journée et la vitesse, mais cette relation n'est pas linéaire, et ne peut donc pas être étudiée à l'aide d'un coefficient de corrélation. En revanche, il semble exister une relation linéaire entre la vitesse et l'indice de charge mentale.

3)  $Cov(x_i, y_i) = \frac{676.53294}{9} - \frac{604.63}{9} \times \frac{10.059}{9} = 0.084$ .  $Var(x_i) = \frac{40686.3023}{9} - (\frac{604.63}{9})^2 = 7.39$ .  $\sigma_x=2.72$ . De même,  $\sigma_y = 0.0344$  et finalement,  $\rho = \frac{0.084}{2.72 \times 0.0344} = 0.899$ . Il existe donc une forte corrélation positive entre ces deux variables.

4) Equation de la droite de régression :  $y=0.0114 x + 0.354$

**Exercice 4** *Données Tailles*

Le tableau ci-dessous donne la taille de 10 garçons (variable Z) ainsi que la taille de leurs parents (le père X et la mère Y).

	X	Y	Z
i1	160.0	161	165.0
i2	165.0	155	162.5
i3	170.0	155	165.0
i4	172.5	165	175.0
i5	175.0	170	180.0
i6	180.0	166	177.5
i7	185.0	167	180.0
i8	187.5	172	190.0
i9	190.0	175	195.0
i10	195.0	168	187.5

On cherche s'il existe une relation entre la taille du fils et celle de ses parents et, si oui, quelle est la part respective de la mère et du père. Pour cela, on procède à la régression de Z sur X et Y.

Quelle est l'équation du plan qui ajuste au mieux ce nuage ?

Quelle est la proportion de variance prise en compte par la régression ?

Quel est, de la taille du père et de celle de la mère, le meilleur prédicteur de la taille du fils ?

Prédire la taille d'un garçon, sachant que son père mesure 188cm et sa mère 171cm.

*Réponses : N.B. Calculs exécutés à l'aide d'un logiciel de traitement statistique.*

*Les coefficients de corrélation des variables prises deux à deux sont donnés par :  $r(X, Y) = 0.76$  ;  $r(X, Z) = 0.91$  ;  $r(Y, Z) = 0.95$ .*

*Les coefficients de corrélation partielle sont donnés par :  $R_{xz,y} = 0.91$  ;  $R_{yz,x} = 0.95$ .*

*Equation du plan de régression :  $Z = 0.4455 X + 0.9993 Y - 66.83$ .*

*Coefficient de corrélation global :  $R = 0.991$ .*

*Taille du fils si  $X = 188$  et  $Y = 171$  :  $Z = 188$ .*

**Exercice 5** *Données Evalcour*

L'association des étudiants d'une grande université (américaine) a publié une évaluation de plus de cent cours enseignés durant le semestre précédent. Les étudiants de chaque cours avaient rempli un questionnaire d'évaluation portant sur différents aspects du cours ; l'évaluation se faisait sur une échelle en cinq points (1=très mauvais, 5=excellent). Les données figurant dans les deux tableaux 1 et 2 pages 4 et 5 sont les données réelles. Elles représentent les scores moyens enregistrés sur 6 variables pour un échantillon de 50 cours. Ces variables étaient :

1. la qualité globale des exposés (Qual-Glob)
2. les aptitudes pédagogiques du professeur (Pédagogie)
3. la qualité des tests et examens (Examen)
4. la connaissance de la matière dont témoigne le professeur, telle qu'elle est perçue par les étudiants (Connaissan)
5. les résultats auxquels s'attendent les étudiants pour ce cours (Résultat, de très bon à insuffisant)

Qual-Glob	Pédagogie	Examen	Connaissan	Résultat	Inscriptio
3.4	3.8	3.8	4.5	3.5	21
2.9	2.8	3.2	3.8	3.2	50
2.6	2.2	1.9	3.9	2.8	800
3.8	3.5	3.5	4.1	3.3	221
3	3.2	2.8	3.5	3.2	7
2.5	2.7	3.8	4.2	3.2	108
3.9	4.1	3.8	4.5	3.6	54
4.3	4.2	4.1	4.7	4	99
3.8	3.7	3.6	4.1	3	51
3.4	3.7	3.6	4.1	3.1	47
2.8	3.3	3.5	3.9	3	73
2.9	3.3	3.3	3.9	3.3	25
4.1	4.1	3.6	4	3.2	37
2.7	3.1	3.8	4.1	3.4	83
3.9	2.9	3.8	4.5	3.7	70
4.1	4.5	4.2	4.5	3.8	16
4.2	4.3	4.1	4.5	3.8	14
3.1	3.7	4	4.5	3.7	12
4.1	4.2	4.3	4.7	4.2	20
3.6	4	4.2	4	3.8	18
4.3	3.7	4	4.5	3.3	260
4	4	4.1	4.6	3.2	100
2.1	2.9	2.7	3.7	3.1	118
3.8	4	4.4	4.1	3.9	35
2.7	3.3	4.4	3.6	4.3	32

TAB. 1 – Première partie des données

6. le nombre d’inscriptions à ce cours (Inscriptio)

Les résultats de statistiques descriptives concernant les variables précédentes sont donnés dans le tableau 3.

Les coefficients de corrélation des variables prises deux à deux sont donnés dans le tableau 4.

Les coefficients de l’équation de régression multiple de la première variable en fonction des cinq autres sont donnés par le tableau 5.

Ecrire l’équation de régression correspondante, et la vérifier sur l’extrait donné dans le tableau 6.

Enfin, le dernier tableau (tableau 7) donne les coefficients de corrélation partiels entre la variable Qual-Glob et les prédicteurs.

La valeur du coefficient de corrélation multiple vérifie :  $R^2 = 0.755$ .

Qual-Glob	Pédagogie	Examen	Connaissan	Résultat	Inscriptio
4.4	4.4	4.3	4.4	2.9	25
3.1	3.4	3.6	3.3	3.2	55
3.6	3.8	4.1	3.8	3.5	28
3.9	3.7	4.2	4.2	3.3	28
2.9	3.1	3.6	3.8	3.2	27
3.7	3.8	4.4	4	4.1	25
2.8	3.2	3.4	3.1	3.5	50
3.3	3.5	3.2	4.4	3.6	76
3.7	3.8	3.7	4.3	3.7	28
4.2	4.4	4.3	5	3.3	85
2.9	3.7	4.1	4.2	3.6	75
3.9	4	3.7	4.5	3.5	90
3.5	3.4	4	4.5	3.4	94
3.8	3.2	3.6	4.7	3	65
4	3.8	4	4.3	3.4	100
3.1	3.7	3.7	4	3.7	105
4.2	4.3	4.2	4.2	3.8	70
3	3.4	4.2	3.8	3.7	49
4.8	4	4.1	4.9	3.7	64
3	3.1	3.2	3.7	3.3	700
4.4	4.5	4.5	4.6	4	27
4.4	4.8	4.3	4.3	3.6	15
3.4	3.4	3.6	3.5	3.3	40
4	4.2	4	4.4	4.1	18
3.5	3.4	3.9	4.4	3.3	90

TAB. 2 – Seconde partie des données

	Qual-Glob	Pedagogie	Examen	Connaissan	Resultat	Inscriptio
Effectif	50	50	50	50	50	50
Moyenne	3.55	3.664	3.808	4.176	3.486	88.0
Variance	0.376429	0.283167	0.2432	0.166351	0.123269	21042.2
Ecart-type	0.613538	0.532135	0.493153	0.407862	0.351097	145.059

TAB. 3 – Statistiques descriptives sur les données

	Qual-Glob	Pedagogie	Examen	Connaissan	Resultat	Inscriptio
Qual-Glob	1	0.8039	0.5956	0.6818	0.3008	-0.2396
Pedagogie	0.8039	1	0.7197	0.5263	0.4691	-0.4511
Examen	0.5956	0.7197	1	0.4515	0.6100	-0.5581
Connaissan	0.6818	0.5263	0.4515	1	0.2242	-0.1279
Resultat	0.3008	0.4691	0.6100	0.2242	1	-0.3371
Inscriptio	-0.2396	-0.4511	-0.5581	-0.1279	-0.3371	1

TAB. 4 – Coefficients de corrélation

Paramètre	Estimation
CONSTANTE	-1.19483
Inscriptio	0.000525491
Examen	0.131981
Resultat	-0.184308
Connaissan	0.488984
Pedagogie	0.763237

TAB. 5 – Coefficients de l'équation de de régression

Ligne	Observé	Ajusté	Résidu
1	3.4	3.77339	-0.373387
2	2.9	2.6592	0.240795
3	2.6	2.54643	0.0535724
4	3.8	3.45119	0.348812
5	3.0	2.74242	0.257584

TAB. 6 – Comparaison des valeurs observées et des valeurs ajustées

Régresseur	Coef
Pedagogie	0,6620
Examen	0,1061
Connaissan	0,32506
Resultat	-0,10547
Inscriptio	0,12424

TAB. 7 – Coefficients de corrélation partielle

## Comparaison de deux variances

### Exercice 6

Deux méthodes de dosage de l'azote ont été répétées, à partir d'un même échantillon, 25 fois avec la méthode A, 30 fois avec la méthode B. Les résultats sont rassemblés dans les tableaux ci-dessous.

Méthode A	
$x_i$ (en g)	$n_i$
37	1
39	2
40	2
41	4
42	7
43	4
44	2
46	2
47	1
Total	25

Méthode B	
$x_i$ (en g)	$n_i$
39	2
40	1
41	6
42	9
43	8
44	3
45	1
Total	30

- 1) Tester l'hypothèse : "les valeurs moyennes obtenues par les deux méthodes sont égales". (Autrement dit, les méthodes sont-elles exactes?)
- 2) Comparer les variances des échantillons traités avec les deux méthodes. (Autrement dit, les deux méthodes ont-elles la même précision?)

Réponses : 1) Les paramètres de statistiques descriptives sont donnés par :

	Méthode A	Méthode B
Moyenne	42.08	42.10
Variance	4.95	1.89
Variance corrigée	5.16	1.96

Le test de comparaison des deux moyennes (groupes indépendants) conduit à :  $t_{obs} = -0.04$ , évidemment non significatif aux seuils traditionnels. On ne peut donc pas refuser l'hypothèse d'égalité des moyennes  $H_0$ .

2) La statistique de test suit une loi de Fisher à  $ddl_1 = 24$  et  $ddl_2 = 29$  degrés de liberté. On obtient :  $F_{obs} = 2.63$ . Au seuil de 1% unilatéral, on a  $F_{crit} = 2.49$ . On conclut donc à une différence des variances.

### Exercice 7

Au cours de certaines expériences, on est amené à mesurer le *temps de réaction* (TR) des sujets. C'est le temps qui s'écoule entre la présentation d'un stimulus (par exemple, une lampe qui s'allume devant le sujet) et la réaction que ce stimulus doit déclencher (par exemple, presser un bouton).

*Première expérience.* — Le tableau 1 fournit les TR d'une personne qui a réagi 20 fois à l'allumage d'une lampe rouge. On constate que ces 20 TR ne sont pas égaux. Ces variations d'un moment à l'autre sont imprévisibles à partir des informations dont on dispose dans l'expérience.

*Deuxième expérience.* — Le sujet voit maintenant s'allumer devant lui une lampe qui peut être rouge, verte ou jaune. Il doit réagir si la lampe est rouge, mais ne doit pas réagir dans les deux autres cas. Le tableau 1 fournit 20 TR mesurés dans ces conditions. On observe de nouveau des variations imprévisibles d'un moment à l'autre.

Troisième expérience. — Les conditions sont les mêmes que dans la première expérience (une seule lampe) avec une seule différence : au lieu d'être rouge, la lampe donnant le signal de la réaction est verte. La troisième ligne du tableau donne les résultats. Les temps sont de nouveau différents entre eux.

Numéro d'ordre des 20 présentations	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1ère expérience	20	15	18	25	17	32	18	17	19	23
2è expérience	32	40	33	37	35	29	42	62	50	39
3è expérience	16	18	19	18	15	18	17	32	23	19

Numéro d'ordre des 20 présentations	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1ère expérience	19	21	15	22	17	17	21	19	17	23
2è expérience	45	47	52	37	38	39	40	41	42	39
3è expérience	23	20	18	25	15	15	17	23	17	19

La dispersion des TR est-elle la même dans chacune des trois conditions expérimentales ? Pour répondre à cette question, comparer deux à deux les variances des trois séries de données.

Réponses : Les variances des trois séries sont données par :

	Variance	Variance corrigée
1ère expérience	14.89	15.67
2è expérience	53.85	56.68
3è expérience	16.23	17,08

Pour  $ddl_1 = 19$  et  $ddl_2 = 19$  et un seuil de 5%, on a :  $F_{crit} = 3.00$ . Ici,  $F_{2,1,obs} = 3.61$ ,  $F_{2,3,obs} = 3.31$ ,  $F_{3,1,obs} = 1.09$ . Pour les expériences 1 et 3, l'hypothèse nulle (même variance) peut être retenue. En revanche, l'expérience 2 conduit à une variance différente de celles des deux autres.

**Exercice 8** Dossier "pedago"

Lors d'une expérience pédagogique, on s'intéresse à l'effet comparé de deux pédagogies des mathématiques chez deux groupes de 10 sujets :

- pédagogie traditionnelle ( $p_1$ )
- pédagogie moderne ( $p_2$ )

On note la performance à une épreuve de combinatoire.

$p_1$ traditionnelle	
s1	5.0
s2	4.0
s3	1.5
s4	6.0
s5	3.0
s6	3.5
s7	3.0
s8	2.5
s9	1.5
s10	2.5

$p_2$ moderne	
s11	4.0
s12	5.5
s13	4.5
s14	6.5
s15	4.5
s16	5.5
s17	1.0
s18	2.0
s19	4.5
s20	4.5



1) Vérifier que les paramètres des deux échantillons sont donnés par :

	$p_1$	$p_2$
Moyenne	3.250	4.250
Ecart-type	1.365	1.553
Variance	1.863	2.413
Ecart-type corrigé	1.439	1.637
Variance corrigée	2.069	2.681

2) Avant d'appliquer un test de comparaison de moyennes, on veut s'assurer que l'on peut supposer les variances égales dans les populations parentes. Procéder à un test de comparaison de variances permettant de s'en assurer.

Réponses : 2) On obtient  $F_{obs} = 1.30$ . Or, pour  $ddl_1 = 9$ ,  $ddl_2 = 9$  et un seuil de 5%, on lit dans la table :  $F_{crit} = 3.18$ . L'hypothèse  $H_0$  (égalité des variances) est donc retenue.

**Exercice 9**

1) Pour  $ddl_1 = 2$ ,  $ddl_2 = 4$ , la densité  $f$  de la loi de Fisher-Snedecor est donnée, pour  $x \geq 0$  par :

$$f(x) = \frac{8}{(2+x)^3}$$

Construire point par point la courbe de la fonction  $f$ .

2) Pour  $ddl_1 = 4$ ,  $ddl_2 = 4$ , la densité  $g$  de la loi de Fisher-Snedecor est donnée pour  $x \geq 0$  par :

$$g(x) = \frac{6x}{(1+x)^4}$$

Construire point par point la courbe de la fonction  $g$ .

**Analyse de la variance : comparaison de  $k$  moyennes sur des groupes indépendants**

**Exercice 10**

Un éditeur veut choisir entre trois couvertures possibles pour une revue. A cet effet, il a fait noter chaque couverture par un groupe de 5 sujets. Les trois groupes ainsi constitués sont indépendants. Les notes obtenues sont les suivantes :

Couv. 1	Couv. 2	Couv. 3
14	16	14
6	14	16
12	8	14
10	8	14
8	14	12

Le test indique-t-il une différence significative entre les trois couvertures ?

Réponses : Exercice traité en CM. Rappel des résultats.

Calcul des sommes de carrés :

	C1	C2	C3	
$T_{.j}$	50	60	70	180
$T_{.j}^2$	2500	3600	4900	
$n_j$	5	5	5	15
$\frac{T_{.i}^2}{n_i}$	500	720	980	2200
$\sum x_{ij}^2$	540	776	988	2304

$$SC_1 = 2200 - \frac{180^2}{15} = 40 ; SC_2 = 2304 - 2200 = 104 ; SC_T = 144$$

Source	SC	ddl	CM	F
$\mathcal{A}$	40	2	20	$F_{obs} = 2.31$
Résiduelle	104	12	8.67	
Total	144	14		

Au seuil de 5%,  $F_{crit}(2, 12) = 5.10$ . La différence entre les groupes n'est donc pas significative.

Complément : Modèle de score. Chaque observation  $x_{ij}$  peut s'interpréter comme la somme de trois termes :

$$x_{ij} = \mu + a_j + e_{ij}$$

avec les règles suivantes :

- $\mu$  est la moyenne de la variable  $X$  étudiée (la même, quel que soit l'individu ou le groupe) ;
- $a_j$  est un effet dû au groupe (le même pour tous les individus d'un groupe), nul en moyenne ;
- $e_{ij}$  est une variation due au hasard, spécifique à chaque observation, de moyenne nulle dans chaque groupe.

Sur l'exemple traité, cette décomposition s'écrit :

$$\begin{pmatrix} 14 & 16 & 14 \\ 6 & 14 & 16 \\ 12 & 8 & 14 \\ 10 & 8 & 14 \\ 8 & 14 & 14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 12 & 12 \\ 12 & 12 & 12 \\ 12 & 12 & 12 \\ 12 & 12 & 12 \\ 12 & 12 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 4 & 0 \\ -4 & 2 & 2 \\ 2 & -4 & 0 \\ 0 & -4 & 0 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

Les sommes des carrés inter-groupes et intra-groupes se retrouvent alors comme sommes des carrés des éléments des deux dernières matrices (par exemple :  $40 = 5 \times (-2)^2 + 5 \times 2^2$ ).

### Exercice 11

Dans un établissement scolaire, on a réparti les élèves en trois classes de troisième ; les notes ci-dessous sont celles obtenues par les élèves en mathématiques au Brevet des Collèges. Peut-on dire que ces trois classes sont équivalentes ? Si oui, quelles seraient les caractéristiques de la population résultant de la fusion des trois groupes ?

G1	G2	G3
14	8	7
15	18	8
20	3	11
7	12	11
8	15	20
13	8	14
10	7	13
1	11	13
12	8	10
16	14	12
17	14	12
17	9	13
11	9	12
6	9	14
16	10	8

G1	G2	G3
8	14	13
10	15	12
11	14	8
11	13	8
7	10	11
10	12	15
11	10	8
12	12	14
11	12	16
8	11	13
	10	12
	10	15
	10	
	12	

Vérifier l'exactitude des tableaux ci-dessous et conclure.

	G1	G2	G3	Totaux	
$n_j$	25	29	27	81	
$T_j$	282	320	323	925	10563,27
$\Sigma x_{ij}^2$	3600	3694	4091	11385	
$T_j^2/n_j$	3180,96	3531,03	3864,04	10576,03	
Inter	12,76				
Total	821,73				

Sources de variations	Sommes des carrés	DDL	Carrés moyens	F
Inter	12,76	2	6,38	0,62
Intra	808,97	78	10,37	
Total	821,73	80		

Réponses : Au seuil de 5%,  $F_{crit}(2, 78) = 3.1$ . La différence entre les groupes n'est donc pas significative. De plus, l'obtention d'un  $F_{obs}$  inférieur à 1 semblerait indiquer (sans pour autant le montrer) que les classes n'ont pas été constituées au hasard, mais qu'elles ont, au contraire, été rendues artificiellement homogènes.

**Exercice 12**

Reprendre les données de l'exercice 8 (dossier pedago). Comparer les moyennes des deux groupes à l'aide d'une analyse de variance. Comparer les résultats avec ceux obtenus au premier semestre, à l'aide de la statistique T.

Réponses :

Les calculs intermédiaires sont résumés dans le tableau suivant :

	<i>Péda1</i>	<i>Péda2</i>	<i>Totaux</i>	
$n_j$	10	10	20	
$T_j$	32.5	42.5	75	281.25
$\Sigma x_{ij}^2$	124.25	204.75	329	
$T_j^2/n_j$	105.625	180.625	286.25	
<i>Inter</i>	5.00			
<i>Total</i>	47.75			

Le tableau d'analyse de variance est donc :

<i>Sources de variations</i>	<i>Sommes des carrés</i>	<i>DDL</i>	<i>Carrés moyens</i>	<i>F</i>
<i>Inter</i>	5,0	1	5,0	2,11
<i>Intra</i>	42,75	18	2,375	
<i>Total</i>	47,75	19		

Au seuil de 5%,  $F_{crit}(1, 18) = 4.41$ . Hypothèse  $H_1$  rejetée.

Comparaison possible avec l'exercice vu au premier semestre :  $t_{obs}^2 = (-1.45)^2 = 2.10$ , c'est-à-dire la valeur de  $F$ .

**Enoncé 13** *Données Bransford*

On reprend une expérience de Bransford et al. (1972), dans laquelle on demande à des Sujets d'écouter le texte suivant :

“Si les ballons éclatent, le son ne portera pas puisque tout sera bien trop loin du bon étage. Une fenêtre fermée empêchera également le son de porter, surtout depuis que les immeubles récents sont correctement isolés. Comme l'essentiel de l'opération dépend d'une arrivée correcte d'électricité, un fil cassé causerait bien des problèmes. Evidemment, le type peut hurler. Mais la voix humaine n'est pas assez puissante pour porter bien loin. Un problème supplémentaire serait qu'une corde casse sur l'instrument. Alors il serait impossible d'accompagner le message. C'est clair que la meilleure situation impliquerait la plus petite distance. Alors, il y aurait bien moins de problèmes potentiels. Avec un contact en face à face, un bien petit nombre de choses pourrait gêner.”

Le but visé par Bransford *et al.* est de montrer l'importance du contexte dans la compréhension et la mémorisation d'un texte. Pour ce faire, ils utilisent quatre groupes expérimentaux :

1. Un groupe “sans contexte” entend simplement le texte.
2. Le groupe “avec contexte avant” regarde une figure suggérant un contexte approprié pendant qu'il entend le texte.
3. Le groupe “avec contexte après” entend le texte puis regarde la figure précédente.
4. Le groupe “avec contexte partiel” regarde une figure suggérant un contexte inapproprié pendant qu'il entend le texte.

A proprement parler cette étude comprend un groupe expérimental (le groupe 2 : contexte pendant) et trois groupes contrôles (les groupes 1, 3 et 4). Les groupes contrôles doivent permettre d'éliminer des explications concurrentes (en particulier, effet facilitateur sur la mémoire de l'imagerie, de l'aspect concret du matériel, etc.). L'expérimentateur s'attend, donc, à observer une performance pour le groupe 2 supérieure aux trois autres groupes.

Il choisit de mesurer le comportement des sujets par deux Variables Dépendantes : Une note de compréhension donnée par les sujets (de 0 à 7, avec 0 indiquant l'incompréhension totale), et le nombre d'idées correctement rappelées (Bransford découpe le texte en 14 idées, essayez de les retrouver!). Quoique cette dernière Variable Dépendante soulève de délicats problèmes de codage (e.g., à partir de quel moment une idée est présente...), elle reflète clairement l'intérêt des auteurs de cette expérimentation.

Dans cette expérience, on utilise vingt sujets répartis en quatre groupes. Les résultats, pour la Variable Dépendante "nombre d'idées rappelées" (Maximum 14) se trouvent ci-dessous (Mais avant, faites ce que doit faire un bon expérimentateur : prenez une feuille et détaillez les cinq premières étapes du test statistique avant de partir à la pêche aux résultats) :

	Résultats de l'expérience			
	G.1	G.2	G.3	G.4
	3	5	2	5
	3	9	4	4
	2	8	5	3
	4	4	4	5
	3	9	1	4
$T_{.j}$	15	35	16	21
$\frac{T_{.j}}{n_j}$	3	7	3.2	4.2
$\sum x_{ij}^2$	47	267	62	91
$n_j$	5	5	5	5

Justifiez les calculs et le tableau d'ANOVA suivants :

Table d'ANOVA :

Source	ddl	SC	CM	$F_{cal}$	$Pr(F_{cal})$
$\mathcal{A}$	3	50.95	16.98	7.22 **	.00288
$\mathcal{S}(\mathcal{A})$	16	37.60	2.35		
Total	19	88.55			

Si on utilise la procédure des valeurs critiques :

\*\*  $F_{critique} = 5,29$ , au seuil  $\alpha = .01$ ;  $F_{cal} > F_{critique}$ . On rejette  $H_0$ .

L'étude pourrait être poursuivie à l'aide de la méthode des contrastes orthogonaux (que nous ne détaillerons pas).

La première étape consiste opposer le groupe 2 aux trois autres groupes en testant l'hypothèse nulle :  $3\mu_2 = \mu_1 + \mu_3 + \mu_4$ . On calcule :  $L_1 = 3\bar{x}_2 - \bar{x}_1 - \bar{x}_3 - \bar{x}_4 = 10.6$  ;

$$\sum a_j^2 = 3^2 + (-1)^2 + (-1)^2 + (-1)^2 = 12 ; SC_{contraste1} = \frac{nL^2}{\sum a_j^2} = 46.81$$

Le  $F$  de Fisher associé à ce contraste est obtenu en divisant  $SC_{contraste1}$  par le carré moyen résiduel 2.35; il vaut 19.92. Les degrés de liberté sont 1 et 16. Le résultat est donc significatif d'un comportement du groupe 2 différent de celui des autres groupes.

La méthode peut être poursuivie en opposant le groupe 4 aux groupes 1 et 3 (coefficients appliqués aux quatre moyennes : 1, 0, 1, -2) puis en opposant les groupes 1 et 3 (coefficients appliqués : 1, 0, -1, 0).

**Enoncé 14** Données Loftus

Elisabeth Loftus (Loftus et Palmer 1974) 1- dans une série d'expérimentations sur le thème du témoignage 1- désire mettre en évidence l'influence de la tournure d'une question sur

la réponse de témoins. Pour ce faire, elle montre à ses sujets, un film décrivant un accident de voiture. Elle pose, ensuite, une série de questions aux sujets. Parmi celles-ci se trouve une des cinq versions d'une question relative à la vitesse des véhicules. Voici ces versions :

- 1) **HIT** : About how fast were the cars going when they *hit* each other? (A environ quelle vitesse allaient les voitures quand elles se sont "percutées").
- 2) **SMASH** : About how fast were the cars going when they *smashed* each other? (To smash : écraser, heurter avec violence).
- 3) **COLLIDE** : About how fast were the cars going when they *collided* each other? (To collide : entrer en collision, s'emboutir).
- 4) **BUMP** : About how fast were the cars going when they *bumped* each other? (To bump : cogner, frapper).
- 5) **CONTACT** : About how fast were the cars going when they *contacted* each other? (To contact : entrer en contact).

Les sujets répondaient en indiquant une vitesse exprimée en miles (nous sommes aux U.S.A). Voici les résultats obtenus (lors d'une réplique de l'expérience) :

HIT	SMASH	COLLIDE	BUMP	CONTACT
22	38	43	47	27
29	40	39	29	24
33	50	32	58	46
50	45	44	34	37
19	48	29	36	31
37	56	44	43	37
33	52	45	25	34
43	47	33	58	18
40	39	48	24	28
34	40	37	31	26

Après avoir identifié les variables dépendante(s) et indépendante(s), vous tirerez les conclusions de cette expérimentation.

Pour vous aider voici quelques statistiques pour chaque groupe :

	$T_{.j}$	$T_{.j}/n_j$	$\sum_j x_{ij}^2$
Gr. 1	340	34.0	12338
Gr. 2	455	45.5	21043
Gr. 3	394	39.4	15894
Gr. 4	385	38.5	16241
Gr. 5	308	30.8	10061

La Variable Dépendante est évidemment la vitesse exprimée en miles. La Variable Indépendante est le type de verbe utilisé pour poser la question sur la vitesse des voitures.

Manifestement, E. Loftus veut montrer que les "sous-entendus" des verbes sont pris en compte par les sujets dans leur décision sur la vitesse (e.g., les sujets utilisent la signification implicite des verbes comme une source d'information). Le point d'importance dans cette expérience est de remarquer que E. Loftus désire généraliser ses résultats à l'ensemble des verbes signifiant quelque chose comme "entrer en contact". Quoiqu'elle n'ait pas, à proprement parler, sélectionné ses verbes au hasard, elle les juge représentatifs de l'ensemble des verbes de mouvement. Le problème ici est de décider si le facteur expérimental est fixé

ou aléatoire. Si l'on admet que les verbes choisis par Loftus représentent un échantillon représentatif, on décidera que le facteur est aléatoire (cf. La polémique initiée par Clark 1973). Si l'on juge que les modalités sont choisies en fait arbitrairement, on décidera que le facteur est fixé, et les conclusions de l'étude se restreignent aux modalités effectivement présentes dans l'expérimentation. Quelle que soit la décision prise, elle sera critiquable.

Ici, le distinguo entre facteur fixé et aléatoire peut paraître sans importance car la décision (rejet ou non de l'Hypothèse Nulle) sera identique dans les deux cas. *Ce ne sera plus le cas dans des plans d'expérience plus complexes.* En fait, l'essentiel de l'argument de Clark (1973) est de montrer qu'une partie des recherches utilisant du matériel linguistique aboutit à des conclusions SCIENTIFIQUES erronées du fait de la confusion entre facteurs fixés et aléatoires (cf. aussi les réponses de Wike et Church 1976). Clark défend l'idée qu'une partie des conclusions de la psychologie du langage est invalide pour avoir cru que des facteurs aléatoires étaient fixés. A cette attaque répond Chastaing (1986) qui démontre méthodologiquement qu'une autre partie de la psychologie du langage est invalide d'avoir cru que des facteurs fixés étaient aléatoires!

Dans le cas présent, le choix entre les deux modèles n'a pas d'influence sur les résultats de l'analyse statistique : on aboutit à des conclusions statistiques identiques (mais pas à des interprétations psychologiques identiques!). L'analyse de variance permet de conclure en tout cas à un effet sur la vitesse estimée, du type le verbe utilisé pour poser la question. On obtient le tableau d'analyse de variance suivant :

Source	ddl	SC	CM	$F_{cal}$	$Pr(F_{cal})$
Expérimentale	4	1256.52	314.13	4.06 **	.0069
Erreur	45	3481.00	77.36		
Total	49	4737.52			

Ainsi, le type de verbe employé pour interroger les sujets sur la vitesse des véhicules, influence l'estimation qu'ils donnent ( $F_{cal}(4, 45) = 4.06, p < .05$ ). On remarque la vitesse élevée induite par *to smash*. Nous pourrions poursuivre cet exemple en essayant d'apprécier les différences entre ces différents verbes les uns par rapport aux autres).

**Enoncé 15** *Données Besancon*

On fait subir à 30 élèves d'une école de Besançon une épreuve de "précision perceptive" qui consiste à évaluer un nombre de points sur une diapositive projetée pendant un temps relativement court (une demi-seconde). Les auteurs de cette expérience pensent que la présence d'un témoin peut influencer la performance des sujets dans cette tâche perceptive. Pour vérifier cette idée, les expérimentateurs divisent leur échantillon en trois groupes 1- chaque enfant étant affecté à un groupe en utilisant une "table de nombres au hasard". Dans le premier groupe (A1) l'expérience est effectuée sans témoin ; dans le second groupe (A2) l'enfant accomplit sa tâche en compagnie d'un témoin présenté par l'expérimentateur comme un spécialiste ; dans le troisième groupe (A3), le témoin est présenté comme un simple curieux. On répète 1- pour chaque sujet 1- vingt-cinq fois l'expérience. Et l'on retient pour chaque sujet la moyenne des écarts absolus (i.e. en ignorant le signe) entre l'estimation fournie et le nombre exact de points.

Les expérimentateurs s'attendent à trouver des différences entre les trois conditions expérimentales ; mais, plus précisément, entre la condition "sans témoin" et la condition "témoin simple curieux" (cette différence leur permettrait de contredire un de leurs collègues qui avançait dans une expérience voisine que le témoin n'agissait que parce que les enfants le

jugeait spécialiste). Les auteurs veulent, également vérifier l'existence d'un effet spécifique à la condition "témoin spécialiste".

Questions :

Pourquoi les expérimentateurs décident-ils de prendre l'écart absolu et non pas l'écart relatif. Tout de même, pourquoi retiennent-ils la moyenne des vingt-cinq essais, plutôt qu'un seul essai ?

Quelle est la (les) variable(s) indépendante(s), la (les) variable(s) dépendante(s) ?

Après avoir traduit en termes statistiques les objectifs des expérimentateurs, peut-on penser que ces objectifs sont atteints ? Voici les résultats obtenus :

Condition A1	140	124	118	115	110	110	108	104	102	90
Condition A2	170	164	161	158	156	148	143	140	130	126
Condition A3	136	120	112	104	102	96	92	84	81	75

Elements de réponses. Calculs intermédiaires :

	A1	A2	A3	Totaux	
$n_j$	10	10	10	30	
$T_j$	1121	1496	1002	3619	436572.03
$\sum x_{ij}^2$	127303	225746	103582	456637	
$T_j^2/n_j$	125664.1	223801.6	100400.4	449866.1	
Inter	13294.07				
Total	20064.97				

Le tableau d'analyse de variance est donné par :

Source	ddl	SC	CM	$F_{cal}$
Inter-groupes	2	13294.1	6647.03	26.51 **
Intra-groupes	27	6770.9	250.77	
Total	29	20065		

Les trois groupes ne sont donc pas équivalents. La méthode peut être poursuivie en décomposant la variation intra-groupes selon les deux contrastes orthogonaux suggérés par l'énoncé :

$$L_1 = \bar{x}_1 - \bar{x}_3 = 11.9$$

$$L_2 = 2\bar{x}_2 - \bar{x}_1 - \bar{x}_3 = 86.9$$

On obtient alors :

$$SC_{\text{contraste1}} = 708.05; F = 2.82; Pr(F) = 0.10$$

$$SC_{\text{contraste2}} = 12586.02; F = 50.19; Pr(F) = 1.3 \times 10^{-7}$$

L'expérience ne met donc pas de différence en évidence entre les conditions "sans témoins" et "témoin simple curieux" mais par contre, montre un comportement différent dans la condition "témoin spécialiste".

### Enoncé 16

Un chercheur a soumis quatre groupes de cinq élèves à un apprentissage de "résolutions de problèmes mathématiques". Chaque groupe apprend avec une méthode pédagogique propre : le premier avec une méthode uniquement verbale, le second avec une méthode écrite, le troisième avec un schéma annoté, le quatrième avec une série de schémas annotés. L'apprentissage dure une heure pour chaque groupe, et le même contenu est présent. Deux jours après l'apprentissage, les sujets sont soumis à un test de raisonnement mathématique.



Ce test provient des travaux d'autres chercheurs qui ont étalonné ce test sur une population comparable à celle dont provient l'échantillon d'enfants utilisé ici ; le résultat de ce test est une note (de 0 à 35 : plus la note est élevée, meilleur est le résultat).

Quelle est la Variable Indépendante, la Variable Dépendante ? Comment l'expérimentateur traitera-t-il les résultats de son expérience (souvenez-vous qu'il faut pouvoir répondre à cette question avant de recueillir les résultats!) ?

En outre, l'auteur a mis au point cette expérience pour vérifier certaines hypothèses précises :

1. La méthode verbale diffère-t-elle de l'ensemble des autres méthodes
2. La méthode écrite diffère-t-elle des méthodes avec schémas (un ou plusieurs) ?
3. Le nombre de schémas a-t-il une influence décelable sur la performance ?

L'auteur peut-il répondre simultanément à ces différentes questions, et quelles seront les réponses ? Interprétez — en vous justifiant — les résultats obtenus et concluez.

Voici les résultats :

GROUPE EXPÉRIMENTAL			
A1	A2	A3	A4
6	14	22	23
13	10	11	19
16	14	19	25
14	19	19	24
14	25	23	25

Elements de réponses. Calculs intermédiaires :

	A1	A2	A3	A4	Totaux	
$n_j$	5	5	5	5	20	
$T_j$	63	82	94	116	355	6301.25
$\Sigma x_{ij}^2$	853	1478	1856	2716	6903	
$T_j^2/n_j$	793.8	1344.8	1767.2	2691.2	6597	
Inter	295.75					
Total	601.75					

Le tableau d'analyse de variance est donné par :

Source	ddl	SC	CM	$F_{cal}$	$Pr(F_{cal})$
Inter-groupes	3	295.75	98.58	5.15	0.011
Intra-groupes	16	306	19.125		
Total	19	601.75			

La méthode peut être poursuivie en décomposant la variation inter-groupes selon les trois contrastes orthogonaux suggérés par l'énoncé :

$$L_1 = 3\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - \bar{x}_3 - \bar{x}_4 = -20.6$$

$$L_2 = 2\bar{x}_2 - \bar{x}_3 - \bar{x}_4 = -9.2$$

$$L_3 = \bar{x}_3 - \bar{x}_4 = -4.4$$

On obtient alors :

$$SC_{contraste1} = 176.82; F = 9.24; Pr(F) = 0.0067$$

$$SC_{contraste2} = 70.53; F = 3.69; Pr(F) = 0.07$$

$SC_{contraste3} = 48.40; F = 2.53; Pr(F) = 0.13$

**Exercice 17**

Ci-dessous figure un extrait d'un ouvrage de statistiques relatif à un test statistique qui n'a pas été étudié en cours, le test  $H$  de Kruskal et Wallis.

Liaison entre un caractère quantitatif et un caractère qualitatif à  $k$  classes ( $k > 2$ ).

C'est le problème appelé, dans les chapitres précédents, "comparaison de plusieurs moyennes" et traité par analyse de variance. Le test non paramétrique correspondant le plus usuel est le test  $H$  de Kruskal et Wallis.

On classe les observations de l'ensemble des  $k$  séries, comme on le faisait pour les deux séries dans les tests précédents, puis on calcule les rangs moyens  $\bar{W}_1, \bar{W}_2, \dots, \bar{W}_k$  et le rang moyen  $\bar{W}$ , ce dernier valant  $\frac{N+1}{2}$  si  $N$  représente le nombre total d'observations.

Dans l'hypothèse nulle,  $\bar{W}_1, \bar{W}_2, \dots, \bar{W}_k$  ne doivent pas trop s'écarter de  $\bar{W}$ , de sorte que les quantités  $(\bar{W}_i - \bar{W})^2$  ne doivent pas être trop grandes. On montre que, sous l'hypothèse nulle, la statistique :

$$H = \frac{1}{N} \frac{\sum n_i (\bar{W}_i - \bar{W})^2}{(N+1)/12}$$

suit approximativement une loi du  $\chi^2$  à  $k - 1$  degrés de liberté.

Dans cette expression, les  $n_i$  désignent les effectifs des diverses séries. L'approximation n'est valable que s'ils atteignent tous la dizaine, à la rigueur 5.

- 1) Dans quelles situations ce test doit-il être préféré à une analyse de variance ?
- 2) *Première application.* Une variable  $\mathcal{A}$  comporte trois modalités  $a_1, a_2, a_3$ . Pour chaque modalité, on dispose de 2 ou 3 observations d'une variable numérique. Ces observations sont rassemblées dans le tableau ci-dessous.

$a_1$	$a_2$	$a_3$
14	12	14
16	15	18
13		14

Construire sur cet exemple le protocole des rangs ( $W_i$ ) et calculer les rangs moyens et la statistique  $H$ . (Vu le faible nombre d'observations, on s'abstiendra ici d'effectuer le test).

- 3) *Deuxième application.* Afin de constituer un groupe suffisamment important en vue d'une recherche, un chercheur teste 3 groupes de 10 sujets. Les rangs moyens observés sur les trois groupes sont les suivants :

$$\bar{W}_1 = 9,8 ; \bar{W}_2 = 24,05 ; \bar{W}_3 = 12,65.$$

Peut-on considérer que les trois groupes testés sont issus d'une même population ?

*Réponses :* 1) *Un test non paramétrique doit être préféré lorsque la variable est ordinale, ou lorsque l'on ne peut pas faire d'hypothèse concernant la normalité des distributions dans les populations parentes.*

2) *Le protocole des rangs est donné par :*

$a_1$	$a_2$	$a_3$
4	1	4
7	6	8
2		4
4.33	3.5	5.33

Dans ce cas,  $\bar{W} = \frac{36}{8}$  ;  $H = \frac{1}{8} \frac{3(4.33-4.5)^2 + 2(3.5-4.5)^2 + 3(5.33-4.5)^2}{9/12} = 0.6944$

3) Dans ce cas,  $H_{obs} = 14.67$ ,  $ddl = 2$  et, au seuil de 1%,  $\chi_c^2 = 9.21$ . On conclut donc à l'hétérogénéité des groupes.

## Plans d'expériences, interactions, protocoles dérivés

### Enoncé 18 Données Schizo

Dans une série d'expériences destinées à éclaircir la notion de "maladie mentale" on soumet des sujets diagnostiqués comme schizophrènes et des sujets normaux à une épreuve de "formation de concept". Tous les sujets retenus pour participer à l'expérience doivent posséder un Q.I. compris entre 100 et 105. Pourquoi ?

On compte pour chaque sujet le nombre d'essais nécessaires pour arriver à former un nouveau concept.

Dans cette expérience on utilise deux ensembles de stimuli : Le premier contient des images illustrant l'approbation sociale, le second des images illustrant la désapprobation sociale. L'auteur de cette expérience émet les prédictions suivantes (qui découlent de certaines théories de la personnalité et des performances intellectuelles) :

- a) Les sujets normaux devront arriver plus rapidement que les schizophrènes à accomplir l'épreuve et ce, indépendamment de la nature des images ;
- b) Les sujets normaux ne seront pas influencés par la nature des stimuli ;
- c) Les schizophrènes devront réussir moins facilement les épreuves comportant des images exprimant la désapprobation sociale que les épreuves décrivant l'approbation sociale.

Quel est le plan d'expérience utilisé ? Les prédictions du chercheur se traduisent par des prédictions sur les hypothèses statistiques, lesquelles ?

*Éléments de réponses : Facteurs : sujet  $\mathcal{S}$ , maladie  $\mathcal{M}_2$ , nature des images  $\mathcal{I}_2$ . L'effet du facteur  $QI$  a été éliminé par le choix initial des sujets. Plan :  $\mathcal{S} < \mathcal{M}_2 > * \mathcal{I}_2$ . La combinaison des hypothèses a) et c) se traduit par une interaction : les sujets réussiront moins facilement que les sujets normaux, mais cette différence sera plus marquée dans la condition  $i_2$  que dans la condition  $i_1$ .*

### Enoncé 19 Données Cochran

Les données suivantes, adaptées d'une expérience de Cochran et Cox, illustrent un paradigme expérimental extrêmement courant : la comparaison de deux conditions avec contrebalancement des ordres.

Il s'agissait de comparer l'efficacité de deux types de machines à calculer  $m_1$  et  $m_2$  : on supposera ici que 10 sujets,  $s_1$  à  $s_{10}$ , ont exécuté la même séquence de calculs, successivement sur chacune des deux machines  $m_1$  et  $m_2$ . Les sujets  $s_1$  à  $s_5$  ont travaillé d'abord (essai  $e_1$ ) avec la machine  $m_1$ , puis (essai  $e_2$ ) avec la machine  $m_2$  ; les sujets  $s_6$  à  $s_{10}$  ont travaillé dans l'ordre inverse ( $m_2$  à l'essai  $e_1$ , puis  $m_1$  à l'essai  $e_2$ ). Les résultats (temps d'exécution du calcul, en unités conventionnelles) sont les suivants :

	s1	s2	s3	s4	s5	s6	s7	s8	s9	s10
m1	30	22	29	12	23	21	22	18	16	23
m2	14	5	17	14	8	21	13	13	7	24

Comme facteurs décrivant le protocole, nous prendrons d'abord : S (sujets : dix modalités,  $s_1$  à  $s_{10}$ ) ; M ou  $M_2$  (Machines : deux modalités  $m_1$  et  $m_2$ ) ; E ou  $E_2$  (essais : deux modalités  $e_1$  et  $e_2$ ). A ce facteur nous adjoindrons, pour des raisons qui apparaîtront plus loin, le facteur ordre O ou  $O_2$  avec :

o1 : machine  $m_1$  passée à l'essai  $e_1$  et machine  $m_2$  passée à l'essai  $e_2$  ;

o2 : machine  $m_2$  passée à l'essai  $e_1$  et machine  $m_1$  passée à l'essai  $e_2$  ;

N.B. : le tableau précédent correspond à la description des données selon le plan  $S * M_2$  Mais on pourrait également présenter ces données selon le tableau suivant :

	s1	s2	s3	s4	s5	s6	s7	s8	s9	s10
e1	30	22	29	12	23	21	13	13	7	24
e2	14	5	17	14	8	21	22	18	16	23

Ce nouveau tableau correspondrait à la description selon le plan S\*E2.

En introduisant le facteur ordre, ces mêmes données pourront encore être décrites selon l'un des plans S<O2>\*M2 et S<O2 >\*E2

Question principale : y a-t-il une différence d'efficacité entre les machines ? Question secondaire : y a-t-il une différence entre les deux essais ?

Du point de vue des objectifs de la recherche, le facteur Machine sera donc considéré comme principal, et le facteur Essai comme secondaire (ce qui n'implique nullement que, lors de la planification de l'expérience, on s'attendait à ce que l'effet du facteur Essai soit peu important ; les deux ordres ont été contrebalancés précisément afin de parer à l'éventualité d'un effet même important du facteur Essai).

Réponses : Il faut ici bien comprendre que le facteur "essai" représente l'interaction entre les facteurs "machine" et "ordre" ; de même, le facteur "machine" représente l'interaction entre les facteurs "ordre" et "essai".

L'analyse, au niveau descriptif, de l'interaction entre les facteurs "ordre" et "essai" (c'est-à-dire l'analyse de l'effet "machine") pourra être faite à partir du tableau suivant obtenu à partir des moyennes calculées dans chacune des conditions e1o1, e1o2, e2o1, e2o2 :

	o1	o2	Moy.	Diff.
e1	23.2	15.6	19.4	7.6
e2	11.6	20.0	15.8	-8.4
Moy.	17.4	17.8	17.6	-0.4
Diff.	11.6	-4.4	3.6	16

Dans ce tableau, 3.6 représente deux fois l'effet "essai", 16 représente deux fois l'effet "machine". L'interaction apparaît clairement sur un graphe d'interaction.

On pourra répondre aux deux questions posées à l'aide de comparaisons de moyennes sur des groupes appareillés, en ignorant le troisième facteur. La comparaison des moyennes obtenues pour M = m1 et M = m2 aboutit à T\_obs = 3.52, valeur significative d'une différence entre machines au seuil de 1%. La comparaison des moyennes obtenues pour E = e1 et E = e2 aboutit à T\_obs = 1.09. La différence n'est donc pas significative. L'analyse de variance permet ici une étude plus fine. Mais, le tableau d'analyse de variance est assez complexe, car il s'agit d'un plan à mesures partiellement répétées (sujets emboîtés dans un facteur et croisés avec l'autre facteur). On obtient par exemple :

Source	ddl	SC	CM	F_cal	Pr
O	1	0.8	0.8	0.018	0.89
S < O >	8	357	44.6		
E	1	64.8	64.8	3.08	0.11
Interaction	1	320	320	15.2	0.0045
Résidu	8	168.2	21.02		
Total	19	910.8			

On voit que l'effet du facteur "essai" est peu significatif (niveau de significativité de 11%) alors que l'interaction (c'est-à-dire l'effet du facteur "machine") est quant à lui très significatif. Notez que ce tableau pourrait tout aussi bien être donné sous la forme suivante :

Source	ddl	SC	CM	F <sub>cal</sub>	Pr
O	1	0.8	0.8	0.018	0.89
S < O >	8	357	44.6		
M	1	320	320	15.2	0.0045
Interaction	1	64.8	64.8	3.08	0.11
Résidu	8	168.2	21.02		
Total	19	910.8			

## Plans S \* A

### Enoncé 20 Données pharma

Dans une expérimentation de psychopharmacologie, on veut vérifier l'effet de deux drogues de type "amphétamines" sur le temps de réaction à une épreuve de psychomotricité. Afin de contrôler une source possible de perturbations, on décide de prendre les six mêmes sujets exposés à trois traitements expérimentaux différents : Drogue A, Drogue B, Placebo. L'expérimentation est construite en "double aveugle". La Variable Dépendante sera le temps de réaction mesuré en ms.

Mais, avant tout, remplissez les six étapes du test :

1. Hypothèses Statistiques.
2. Choix du test.
3. Distribution d'échantillonnage.
4. Seuil de Signification.
5. Région de Rejet et Règle de décision.
6. Résultats et décision.

Voici les résultats :

Sujets	Condition expérimentale			Total
	Drogue A	Placebo	Drogue B	
s <sub>1</sub>	165	231	217	613
s <sub>2</sub>	172	219	217	608
s <sub>3</sub>	109	199	243	551
s <sub>4</sub>	197	219	160	576
s <sub>5</sub>	199	247	162	608
s <sub>6</sub>	193	245	191	629
Total	1035	1360	1190	3585

$$Q1 = 165 + 172 + \dots + 191 = 3585$$

$$Q2 = 165^2 + \dots + 191^2 = 735819$$

$$Q3 = (1035^2 + \dots + 1190^2)/6 = 722820.8$$

$$Q4 = (613^2 + \dots + 629^2)/3 = 715371.7$$

$$Q5 = 3585^2/18 = 714012.5$$

$$Q6 = SC_T = Q2 - Q5 = 21806.5$$

$$Q7 = SC_A = Q3 - Q5 = 8808.3$$

$$Q8 = SC_S = Q4 - Q5 = 1359.2$$

$$Q9 = SC_{AS} = Q2 - Q4 - Q3 + Q5 = 11639$$

Tableau d'ANOVA

Source	ddl	SC	CM	$F_{cal}$	$Pr(F_{cal})$
$\mathcal{A}$	2	8808.3	4404.15	3.784	.0592
$\mathcal{S}$	5	1359.2	271.84		
$\mathcal{AS}$	10	11639.0	1163.90		
Total	17	21806.5			

Avec la procédure des valeurs critiques :  $F_{critique} = 4.10$  (avec  $\nu_1 = 2, \nu_2 = 10$  au seuil  $\alpha = .05$ ).  $F_{cal} < F_{critique}$  on ne peut pas rejeter  $H_0$ .

**Enoncé 21** *Données Inhibit*

Dans une expérimentation sur l'inhibition proactive, des sujets apprennent une liste de dix paires de mots, puis doivent se rappeler ces paires deux jours plus tard. Après le rappel, les sujets doivent apprendre une deuxième liste de dix paires dont ils devront se rappeler deux jours plus tard, le rappel de la deuxième liste est suivie de l'apprentissage d'une troisième, etc., jusqu'à la sixième liste. La Variable Indépendante sera la position ordinaire de la liste (e.g., première, seconde, ..., sixième). La Variable Dépendante sera le nombre de paires correctement rappelées. Les auteurs de l'expérience prédisent que le rappel se détériorera à mesure que l'on progresse dans la position ordinaire (prédiction qui traduit simplement l'effet de l'inhibition proactive...).

Voici les résultats :

Sujet	Position ordinaire de la liste						Total
	1	2	3	4	5	6	
$s_1$	17	13	12	12	11	11	76
$s_2$	14	18	13	18	11	12	86
$s_3$	17	16	13	11	15	14	86
$s_4$	18	16	11	10	12	10	77
$s_5$	17	12	13	10	11	13	76
$s_6$	16	13	13	11	11	11	75
$s_7$	14	12	10	10	10	10	66
$s_8$	16	17	15	11	13	11	83
	129	117	100	93	94	92	625

Justifier le tableau d'ANOVA suivant :

Source	ddl	SC	CM	$F_{cal}$	$Pr(F_{cal})$
$\mathcal{A}$	5	146.85	29.37	10.32**	.000005
$\mathcal{S}$	7	52.48	7.50		
$\mathcal{AS}$	35	99.65	2.85		
Total	47	298.98			

**Enoncé 22** *Données Ecoute*

*On brouille l'écoute*

Dans une étude sur l'effet du bruit sur la discrimination perceptive, on utilise six sujets. On mesure pour chaque sujet le nombre d'erreurs commises dans une tâche de discrimination perceptive. Les sujets sont soumis à trois conditions. Dans la première, les sujets accomplissent la tâche en l'absence de bruit ; dans la seconde, le bruit est présenté de façon intermittente (i.e., bruits d'avions) ; dans la dernière, le bruit est présenté de façon continue (bruits de "marteau piqueur" ) On obtient les résultats suivants :

Sujets	Absence de bruit	Bruit intermittent	Bruit continu
1	117	119	127
2	130	126	131
3	122	118	129
4	123	117	134
5	126	120	137
6	116	120	128

Après avoir identifié la ou les variable(s) indépendante(s), dépendante(s), vous répondez à la question — classique — :

“La (ou les) Variable(s) Indépendante(s) influe(nt) elle(s) sur la (les) Variable(s) Dépendante(s) ?”

La condition “absence de bruit” diffère-t-elle des conditions “avec bruit” (qu’il soit continu ou intermittent) ?

Les deux conditions “avec bruit” sont elles équivalentes ?

Au vu des résultats, le chercheur remarque la moyenne obtenue dans la condition “bruit intermittent”. Il voudrait savoir si cette valeur diffère de la condition “témoin”. Comment répondra-t-il à cette question ? Et quelle sera la réponse ?

Réponses. Le tableau d’analyse de variance est donné par :

Source	ddl	SC	CM	$F_{cal}$	$Pr(F_{cal})$
Bruit	2	403.11	201.56	19.98**	.0003
Sujets	5	164.44	32.89		
Résidu	10	100.89	10.09		
Total	17	668.44			

On peut comparer la condition “absence de bruit” aux deux autres conditions en calculant  $L_1 = 2\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - \bar{x}_3$  (méthode des contrastes orthogonaux, cf. exercice 38). On peut aussi comparer la moyenne de ce protocole dérivé à 0. On obtient alors  $\bar{x} = -6.33$  et  $s_c = 6.74$  d’où  $t_{obs} = -2.30$ . Le résultat n’est pas significatif d’une différence dans le cas d’un test bilatéral au seuil de 5%. Il l’est dans le cas d’un test unilatéral.

On peut comparer les deux conditions “avec bruit” à l’aide d’un test de comparaison de moyennes sur groupes appariés. Le protocole dérivé des différences individuelles a une moyenne de 11.0, et un écart type corrigé de 5.02. D’où  $t_{obs} = 5.37$ . On conclut donc, au seuil de 5%, que les conditions “avec bruit” ne sont pas équivalentes.

On peut de même comparer les conditions “bruit intermittent” et “témoin”. On obtient alors  $t_{obs} = 1.33$ , qui n’est pas significatif d’une différence entre les deux conditions

**Enoncé 23** Données Craik

Dans une reprise de l’expérience de Craik et Tulving (1975), on désire vérifier l’hypothèse selon laquelle “la profondeur de traitement de l’information” influence la mémorisation. Pour ce faire, on constitue trois groupes de dix sujets. Le premier groupe correspond à la condition “traitement de l’information en profondeur” (i.e., on demande au sujet si le mot présenté est un synonyme de “jeu”). Au second groupe, on demandera un “traitement de l’information acoustique” (i.e., Le mot présenté rime-t-il avec “table”). Le troisième groupe n’effectuera qu’un traitement superficiel (i.e., le mot est-il écrit en majuscules ou minuscules).



Chaque mot est présenté deux fois dans la même condition. On soumet cinquante mots à chaque sujet. On compte pour chaque sujet le nombre de mots retenus après lui avoir demandé de compter “à reculons” de trois en trois à partir de 120 (pourquoi cette dernière précaution ?).

- Combien y a-t-il de variables indépendantes ? de variables dépendantes ? Identifiez-les.
- Comment le chercheur traduira-t-il son “hypothèse de recherche” en hypothèse statistique ?
- Comment traitera-t-il son expérience ?

1) Voici les résultats obtenus (on donne le nombre de mots retenus) ; traitez cette expérience.

G1	29	30	33	33	34	34	36	36	40	40
G2	6	10	10	15	15	15	17	17	18	24
G3	1	1	1	2	3	6	7	7	9	10

2) Répondez aux mêmes questions, mais en admettant qu’une colonne correspond aux résultats d’un même sujet soumis aux différentes conditions.

Réponses :

1) Le tableau d’analyse de variance obtenu est donné par :

Source	ddl	SC	CM	F <sub>cal</sub>
Groupe	2	4600,27	2300,13	135.39
Résidu	27	458,70	16,99	
Total	29	5058.97		

Le F obtenu est très significatif d’une différence de comportement entre les trois groupes

2) Remarquez que les données fournies sont fort peu réalistes dans ce cas (il est hautement improbable que les sujets soient rangés exactement dans le même ordre pour les trois conditions expérimentales).

Dans le cas de groupes appariés (cf. infra d’autres situations de ce genre), la variation intra-groupes se décompose en une variation due aux sujets et un résidu. On obtient le tableau d’analyse de variance suivant :‘

Source	ddl	SC	CM	F <sub>cal</sub>
Groupe	2	4600,27	2300,13	1024.81
Sujet	9	418,30	46.48	
Résidu	18	40.40	2.24	
Total	29	5058.97		

Le F obtenu est évidemment très significatif d’une différence de comportement selon la condition expérimentale.

## Plan $\mathcal{S} < \mathcal{A} * \mathcal{B} >$

### Enoncé 24 Dossier “Geometrie”

Dans une tâche de dénomination de figures géométriques, l’auteur étudie l’évolution du temps de réaction verbale en fonction de la discriminabilité des figures.

Dans un premier temps, on présente aux sujets une série de figures. Pour la moitié d’entre eux, la série est constituée de 2 figures, pour l’autre moitié, de 4 figures. Dans chacun des cas, la série est constituée soit de figures facilement discriminables (triangle, carré,...) soit de figures plus complexes (octogone, décagone...).

Dans un deuxième temps, on demande à chaque sujet de nommer une figure tirée au hasard dans la série précédente et on mesure le temps de réaction verbale du sujet.

48 sujets répartis en 4 groupes de 12 ont participé à l'expérience.

Les moyennes des temps de réaction mesurés en millisecondes observés sur chacun des quatre groupes sont indiqués dans le tableau suivant :

Incertitude	Discriminalité	
	Forte	Faible
2 figures	460	510
4 figures	559	864

1) Définir la variable dépendante et les variables indépendantes prises en compte. Quel est le plan d'expérience utilisé ?

2) Au vu du tableau précédent, indiquer s'il semble y avoir une interaction entre les deux facteurs étudiés. Construire un graphe d'interaction. Commenter ce graphe en rédigeant une phrase exprimant comment se traduit l'effet d'interaction.

3) Le tableau d'analyse de variance se présente ainsi :

Sources de var.	ddl	SC	CM	F
Discriminalité	1	3858.3	3858.3	45.06
Incertitude	1	6238.3	6238.3	72,85
Interaction	1	1885.4	1885.4	22,02
Résidu	44	3767.6	85,6	
Total	47	15666.7		

Préciser comment ont été obtenues :

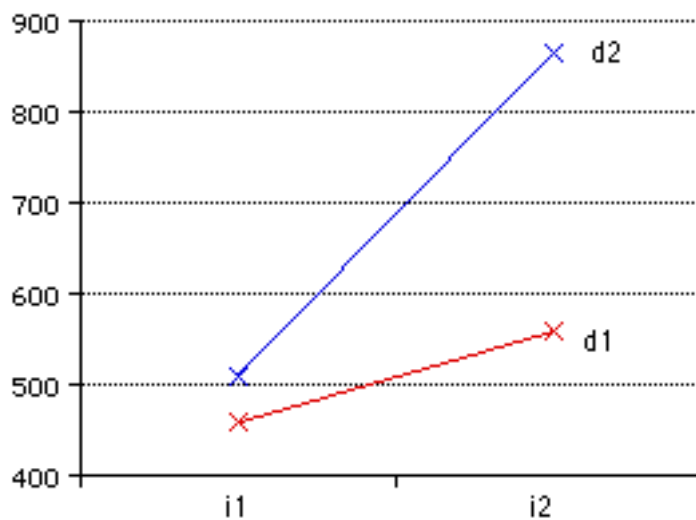
- la valeur 85.6 dans la ligne "résidu" ;
- la valeur 45.06 dans la ligne "discriminalité".

Utiliser la table de la loi de Fisher-Snedecor pour indiquer si les effets principaux et l'effet d'interaction sont significatifs au seuil de 1%.

4) Aurait-on pu (au moins partiellement) traiter ces données par des méthodes de comparaison de moyennes ?

Réponses : 1) Le plan utilisé est ici  $S_{12} < I_2 * D_2 >$ .

2) Le temps de réaction augmente lorsque la discriminalité est plus faible. Mais cet effet est d'autant plus important que l'incertitude est élevé.



3)  $85.6 = \frac{3767.6}{44}$  ;  $45.06 = \frac{3858.3}{85.6}$ . Au seuil de 1%,  $F_{crit}(1, 44) = 7.2$ . Les effets principaux et l'effet d'interaction sont donc significatifs.

4) Les effets principaux auraient pu être facilement étudiés par des méthodes de comparaison de moyennes, puisque les facteurs ne comportent que deux modalités. En revanche, il aurait été difficile d'étudier l'interaction.

**Enoncé 25** Données Tulving

On demande aux sujets de mémoriser des listes comportant 12, 24 ou 48 mots (facteur  $\mathcal{A}$ , avec trois modalités). Ces mots peuvent se regrouper par paires en catégories (par exemple pomme et orange se regroupent en "fruits"). On demande aux sujets d'apprendre les mots, et on leur montre le nom des catégories à ce moment en leur précisant qu'ils n'ont pas à apprendre le nom de ces catégories. Au moment de l'épreuve de rappel — qui a lieu immédiatement après l'apprentissage — on crée deux conditions. Dans un cas, on présente aux sujets la liste des catégories. Dans l'autre cas, on ne leur présente pas cette liste (facteur  $\mathcal{B}$  : présentation de la liste des catégories au moment de l'apprentissage *versus* absence de présentation). Dans cette reprise d'une expérience de Tulving et Pearlstone (1966), la Variable Dépendante sera le nombre de mots rappelés. En examinant les deux Variables Indépendantes, la première (nombre de mots de la liste) est, clairement, triviale : il semble superfétatoire de construire une expérimentation pour montrer que plus une liste de mots est longue, plus on peut en retenir. Cette remarque indique que les auteurs de cette expérience s'intéressaient d'emblée à un effet d'interaction.

On interroge dix sujets par condition expérimentale. Voici les résultats :

Résultats d'une reprise de l'expérience de Tulving et Pearlstone.

	Facteur $\mathcal{A}$ : Nombre de mots par liste					
Facteur $\mathcal{B}$	$a_1$ : 12		$a_2$ : 24		$a_3$ : 48	
$b_1$	10	6	13	15	17	16
	8	11	18	13	20	23
	12	10	19	9	22	19
	8	9	13	8	13	20
	7	9	8	14	21	19
$b_2$	12	10	12	13	31	29
	12	12	20	12	30	32
	7	10	19	13	26	24
	9	7	14	15	29	24
	9	12	16	6	28	27

On peut résumer ces résultats dans une matrice des moyennes :

	Facteur $\mathcal{A}$ : Nombre de mots par liste			
Facteur $\mathcal{B}$	$a_1$ : 12	$a_2$ : 24	$a_3$ : 48	Marge
$b_1$ :				
Moyenne	9	13	19	13.47
Total	90	130	190	410
$b_2$ :				
Moyenne	10	14	28	17.33
Total	100	140	280	520
Marge :				
Moyenne	9.5	13.5	23.5	15.5
Total	190	270	470	930

Avant de commencer “les calculs”, construire un graphe d’interaction entre les deux Variables Indépendantes considérées. L’examen de la figure suggère l’existence d’un effet du nombre de mots de la liste, d’un effet de la présentation d’indices lors du rappel, et également d’un effet d’interaction : l’effet facilitateur des indices se manifeste essentiellement pour la liste de grande taille. Les calculs permettent d’évaluer ces effets par une approche inférentielle.

Justifier le tableau d’ANOVA suivant :

Source	ddl	SC	CM	$F_{cal}$	$Pr(F_{cal})$
$\mathcal{A}$	2	2080.00	1040.00	115,57 **	$< 10^{-10}$
$\mathcal{B}$	1	201,67	201,67	22,41 **	.000029
$\mathcal{AB}$	2	213,33	106,67	11,85 **	.000074
$\mathcal{S}(\mathcal{AB})$	54	486.00			
Total	59	2981			

L’analyse de variance permet de mettre en évidence un effet trivial par ailleurs 1 du nombre de mots de la liste à mémoriser ( $F_{cal}(2, 54) = 115.57; p < .01$ ) sur le nombre de mots retenus. La présentation d’indices lors du rappel améliore la performance des sujets ( $F_{cal}(1, 54) = 22.41; p < .01$ ). Mais surtout, on note une interaction significative entre les deux Variables Indépendantes ( $F_{cal}(2, 54) = 11.85; p < .01$ ). Cette interaction pouvant s’attribuer pour l’essentiel au fait que l’effet facilitateur des indices ne se manifeste que pour les longues listes (48 mots). De ce fait, une expérimentation construite pour montrer l’effet des indices au moment du rappel avec uniquement des listes courtes. ne pourrait — probablement — pas rapporter un effet significatif de ce facteur.

**Enoncé 26** Dossier “Eysenck”

Le modèle de la mémorisation proposé par Craik et Lockhart (1972) stipule que le degré auquel un sujet se rappelle un matériel verbal est fonction du degré auquel ce matériel a été traité lors de sa présentation initiale. Eysenck (1974) voulait tester ce modèle et examiner s’il pouvait contribuer à expliquer certaines différences relevées entre des sujets jeunes et âgés concernant leur aptitude à se rappeler du matériel verbal. L’étude qu’il a menée incluait 50 sujets dont l’âge se situait entre 18 et 30 ans et 50 sujets compris dans la tranche d’âge 55–65 ans. Dans chacune des tranches d’âge, Eysenck a réparti les 50 sujets dans cinq groupes. Le premier devait lire une liste de mots et se contenter de compter le nombre de lettres de chacun d’eux. Le deuxième groupe devait lire chaque mot et lui trouver une rime. Le troisième groupe devait donner un adjectif qui aurait pu être utilisé pour modifier chaque mot de la liste. Le quatrième devait essayer de se former une image précise de chaque mot. Aucun de ces quatre groupes ne savait qu’il faudrait se rappeler les mots ultérieurement. Enfin, le cinquième groupe, ou groupe d’apprentissage intentionnel, devait lire la liste et mémoriser tous les mots. Après avoir passé trois fois en revue la liste de 27 mots, les sujets devaient retranscrire tous les mots dont ils se souvenaient. Le nombre de mots rappelés par chacun des 100 sujets est indiqué par le tableau ci-dessous :

	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Gr. 4	Gr. 5
Sujets âgés	9	7	11	12	10
	8	9	13	11	19
	6	6	8	16	14
	8	6	6	11	5
	10	6	14	9	10
	4	11	11	23	11
	6	6	13	12	14
	5	3	13	10	15
	7	8	10	19	11
	7	7	11	11	11
Sujets jeunes	8	10	14	20	21
	6	7	11	16	19
	4	8	18	16	17
	6	10	14	15	15
	7	4	13	18	22
	6	7	22	16	16
	5	10	17	20	22
	7	6	16	22	22
	9	7	12	14	18
	7	7	11	19	21

- 1) a) Quelles sont les variables indépendantes (ou facteurs de variation) prises en compte ? Quel est le nombre de niveaux de chacun des facteurs ?
- b) Quelle est la variable dépendante ? Quel est son domaine de variation ?
- c) Ecrire le plan d'expérience correspondant.
- 2) a) On veut étudier chez les sujets âgés s'il existe une différence de performance entre le groupe 2 (traitement syntaxique) et le groupe 3 (traitement sémantique), en faveur de ce dernier. Le calcul permet d'obtenir les résultats de statistiques descriptives suivants :

	Groupe 2	Groupe 3
Moyenne	6.9	11.0
Effectif	10	10
Ecart-type	2.02	2.37
Ecart-type corrigé	2.13	2.49

- b) Etudier de même s'il existe une différence de performance due à l'âge parmi les sujets du groupe 2.
- 3) *Etude de l'interaction entre les facteurs.* Le tableau suivant indique les moyennes observées pour chacune des deux tranches d'âge, dans chacun des groupes.

	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Gr. 4	Gr. 5
Sujets âgés	7.0	6.9	11.0	13.4	12.0
Sujets jeunes	6.5	7.6	14.8	17.6	19.3

Réaliser un graphe illustrant une éventuelle interaction entre l'âge et la condition de mémorisation (groupe). Commenter le diagramme ainsi obtenu.

- 4) *Analyse de variance.* Le tableau d'analyse de variance relatif aux données observées se présente ainsi :

Sources de var.	ddl	SC	CM	F
Age	1	240.25	240.25	...
Groupe	4	1514.94	...	...
Age×Groupe	4	190.30	...	...
Résidu	90	722.30	8.026	
Total	99	2667.79		

- a) Compléter ce tableau en calculant les carrés moyens et les statistiques F de Fisher qui sont remplacés par “...” dans le tableau ci-dessus.
- b) Parmi les différentes sources de variation, quelles sont celles qui sont significatives au seuil de 1% ?
- c) Quelles conclusions Eysenck peut-il tirer de cette expérience ?

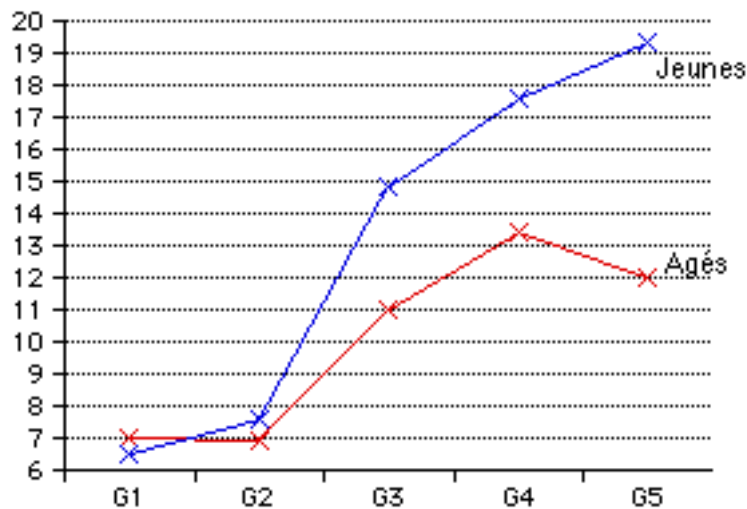
Réponses.

1) Outre le facteur sujet, les facteurs étudiés sont l'âge (2 niveaux), et le groupe expérimental (5 niveaux), selon un plan  $S_{10} < G_5 * A_2 >$ . La variable dépendante est le nombre de mots retranscrits, son domaine de variation est [0; 27].

2) a) Il s'agit d'une comparaison de moyennes sur deux groupes indépendants. Avec les données fournies, on obtient  $t_{obs} = -3.80$  alors que, pour un test bilatéral au seuil de 5%, on obtient  $t_{crit} = 2.10$  (ddl = 18). Il existe donc une différence significative entre le traitement syntaxique et le traitement sémantique.

b) Les sujets du groupe 2 forment deux sous-groupes indépendants du point de vue de l'âge. On obtient  $t_{obs} = -0.766$ . La différence de performance n'est pas significative dans ce cas.

3) Le graphe d'interaction est donné par :



D'après ce graphique, il semble que l'effet de l'âge soit plus marqué lorsque le traitement de l'information est effectué "en profondeur".

4) Le tableau d'ANOVA complet est donné par :

Sources de var.	ddl	SC	CM	F
Age	1	240.25	240.25	29.93
Groupe	4	1514.94	378.74	47.19
Age×Groupe	4	190.30	47.58	5.93
Résidu	90	722.30	8.026	
Total	99	2667.79		

Au seuil de 1%, on a :  $F_{crit}(1, 90) = 6.9$  ;  $F_{crit}(4, 90) = 3.5$ . Les effets du groupe, de l'âge

et l'effet de l'interaction sont donc tous trois significatifs.

Ainsi, les sujets plus jeunes se rappellent davantage d'éléments que les sujets plus âgés. Les tâches impliquant un traitement plus approfondi permettent une mémorisation plus efficace que celles qui impliquent un traitement plus superficiel. Cependant, l'effet significatif de l'interaction montre que les sujets plus âgés ne réalisent pas d'aussi bonnes performances que les plus jeunes dans les tâches qui impliquent un traitement approfondi, mais réalisent des performances pour ainsi dire équivalentes à celles des sujets plus jeunes lorsque la tâche n'implique qu'un traitement réduit.

**Enoncé 27** Dossier "Locus"

Un psychologue s'intéresse à la relation entre le sexe (variable  $X$ ), le statut socio-économique (variable  $C$ ) et le "locus of control" perçu. Il a pris huit adultes de chaque combinaison sexe-statut socio-économique et leur a administré une échelle portant sur le "locus of control" ; un score élevé indique que le sujet estime contrôler sa vie quotidienne.

	statut socio-économique		
	Bas	Moyen	Elevé
Hommes	10	16	18
	12	12	14
	8	19	17
	14	17	13
	10	15	19
	16	11	15
	15	14	22
	13	10	20
Femmes	8	14	12
	10	10	18
	7	13	14
	9	9	21
	12	17	19
	5	15	17
	8	12	13
	7	8	16

- 1) a) Quelles sont les variables indépendantes (ou facteurs de variation) prises en compte ? Quel est le nombre de niveaux de chacun des facteurs ?
- b) Quelle est la variable dépendante ? Quel est son domaine de variation ?
- c) Ecrire le plan d'expérience correspondant.
- 2) On veut étudier, pour les sujets de statut socio-économique moyen, s'il existe une différence de "locus of control" entre les hommes et les femmes. Réaliser un test de comparaison de moyennes permettant d'apporter une réponse à la question posée (seuil choisi : 5%).
- 3) *Etude de l'interaction entre les facteurs.* Calculer les moyennes des scores observés sur chacun des 6 groupes. Réaliser un graphe illustrant une éventuelle interaction entre le sexe et le statut socio-économique. Commenter le diagramme ainsi obtenu.
- 4) *Analyse de variance.* Le tableau d'analyse de variance relatif aux données observées se présente ainsi :

Sources de var.	ddl	SC	CM	F
Sexe	1	65.33	65.33	...
Statut soc-éco	2	338.67	...	...
$X \times C$	2	18.67	...	...
Résidu	42	355.0	8.45	
Total	47	777.67		

- a) Compléter ce tableau en calculant les carrés moyens et les statistiques F de Fisher qui sont remplacés par “...” dans le tableau ci-dessus.
- b) Parmi les différentes sources de variation, quelles sont celles qui sont significatives au seuil de 1% ?
- 5) Quelles conclusions le psychologue peut-il tirer de cette expérience ?

Réponses.

1) On étudie ici les facteurs “sexe” (variable  $X$  à deux niveaux) et “statut socio-économique” (variable  $C$  à trois niveaux). La variable dépendante est une échelle évaluant le “locus of control” des sujets. Les valeurs observées se situent dans l'intervalle [5; 22]. Il s'agit d'un plan  $S_8 < X_2 * C_3 >$ .

2) Il s'agit d'une comparaison de deux moyennes sur des groupes indépendants. On obtient :  $t_{obs} = 1.29$ , avec 14 ddl. Pour un test unilatéral au seuil de 5%,  $t_{crit} = 1.76$ . On conclut donc à une différence selon les sexes.

3) Le tableau d'analyse de variance complété est donné par :

Sources de var.	ddl	SC	CM	F
Sexe	1	65.33	65.33	7.73**
Statut soc-éco	2	338.67	169.33	20.03**
$X \times C$	2	18.67	9.33	1.10 NS
Résidu	42	355.0	8.45	
Total	47	777.67		

On conclut donc à des effets significatifs du sexe et du statut socio-économique sur le “locus of control”. En revanche, il ne semble pas y avoir d'interaction entre ces deux facteurs : chez les femmes, la mesure du “locus of control” fournit des résultats inférieurs à ceux des hommes, et l'amplitude de cette différence est la même, quel que soit le statut socio-économique.

**Enoncé 28** Dossier “Multimedia”

Le multimédia offre certaines potentialités pour induire l'imagerie mentale. Selon certains auteurs, on devrait donc s'attendre à une efficacité supérieure du multimédia en termes d'apprentissage, comparativement aux produits traditionnels. Dubois *et al.* (1998) ont mené une expérimentation visant à identifier les effets des différents formats de présentation de l'information sur l'apprentissage d'une langue étrangère.

Ils s'attendaient à ce que les sujets produisent un meilleur rappel lorsque l'information verbale est accompagnée d'une information figurative. En revanche, la simple présence de multiples sources d'informations devrait provoquer un partage de l'attention. On s'attend donc à de moins bonnes performances si la présentation, en ajoutant une simple illustration, ne permet pas d'intégration des informations entre elles.

Pour leur expérience, les auteurs ont utilisé 60 sujets auxquels était proposée une tâche de mémorisation d'un vocabulaire russe. Quatre groupes de 15 sujets ont été constitués selon les quatre modes de présentation de l'information suivants :



- En condition contrôle  $P_1$ , seuls le mot russe et sa traduction étaient donnés ;
- En condition  $P_2$ , une illustration représentant le mot était ajoutée ;
- En conditions  $P_3$  et  $P_4$ , une méthode suscitant une imagerie mentale imposée a été utilisée, selon la technique du mot-clé. La phrase contenant ce mot-clé était présentée de façon uniquement orale en  $P_3$ , et à l'écrit sur l'écran en  $P_4$ .

Le rappel du vocabulaire consistait à présenter aux sujets un mot russe pour lequel ils devaient trouver et écrire la traduction. Au sein de chaque groupe, trois sous-groupes homogènes ont été constitués, selon le mode de rappel utilisé ; le mot est donné :

- soit seulement à l'écrit (rappel visuel  $Rv$ ),
- soit seulement à l'oral (rappel auditif  $Ra$ )
- soit à l'écrit et à l'oral (rappel audiovisuel  $Rav$ ).

La performance des sujets est mesurée par le nombre de traductions correctes fournies (score de 0 à 19).

Dans une reprise de cette expérience, les résultats observés sont les suivants :

	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$
$Rv$	0	0	0	2
	2	3	0	0
	4	8	0	1
	6	6	0	6
	0	6	3	8
$Ra$	7	1	10	4
	6	4	13	7
	3	8	17	8
	0	4	15	9
	3	6	18	13
$Rav$	5	0	4	4
	12	5	7	12
	7	2	15	5
	10	0	12	10
	7	3	14	9

- 1) a) Quelles sont les variables indépendantes (ou facteurs de variation) prises en compte ? Quel est le nombre de niveaux de chacun des facteurs ?
- b) Quelle est la variable dépendante ?
- c) Ecrire le plan d'expérience correspondant.
- 2) a) Calculer les moyennes correspondant aux 12 conditions expérimentales définies par les combinaisons des variables  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{R}$ .
- b) Réaliser un graphe illustrant une éventuelle interaction entre les variables  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{R}$ .
- 3) *Analyse de variance.*

Le tableau d'analyse de variance relatif aux données observées se présente ainsi :

Sources de var.	ddl	SC	CM	F
$\mathcal{P}$	3	198.6	66.2	...
$\mathcal{R}$	2	301.9	...	...
$\mathcal{P} \times \mathcal{R}$	6	402.1	...	...
Résidu	48	446.8	9.31	
Total	59	1349		

a) Compléter ce tableau en calculant les carrés moyens et les statistiques F de Fisher qui sont remplacés par “...” dans le tableau ci-dessus.

b) En utilisant un seuil de 5%, répondre aux questions suivantes :

- La variable “mode de présentation” a-t-elle un effet ?
- La variable “mode de rappel” a-t-elle un effet ?
- L’interaction entre ces variables est-elle significative ?

4) *Comparaisons de moyennes*

On donne les résultats intermédiaires suivants :

	<i>Rv</i>	<i>Ra</i>	<i>Rav</i>
$\sum x_i$	55	156	143
$\sum x_i^2$	315	1722	1401
Moyenne	2.75	7.8	7.15
Var. corrigée	8.61842	26.5895	19.9237

a) Sans tenir compte des modalités de la variable  $\mathcal{P}$ , effectuer un test de comparaison de deux moyennes visant à montrer que les 20 sujets soumis à la modalité *Rav* obtiennent de meilleurs résultats que ceux soumis à la modalité *Rv*.

b) Comparer de même les sujets soumis à la modalité *Ra* à ceux soumis à la modalité *Rv*.

5) A partir des données et des éléments d’étude développés ci-dessus, justifier les conclusions suivantes formulées par les auteurs :

“On constate l’influence de certaines modalités de présentation de l’information sur la mémorisation. (...) L’ajout d’une image à un corpus sonore et textuel peut constituer une aide notable pour les sujets sous certaines conditions.”

“La quantité d’information à traiter par le sujet n’apparaît pas induire de partage attentionnel limitant les effets d’apprentissage selon l’hypothèse de surcharge cognitive dès lors que les différentes sources d’information sont intégrées.”

“Pour les trois situations de rappel, le résultat le plus intéressant à noter est la moindre performance en situation uniquement visuelle.”

“Dans la situation de rappel auditif, on observe d’une manière générale un meilleur apprentissage lorsque les informations sont intégrées sous forme auditive.”

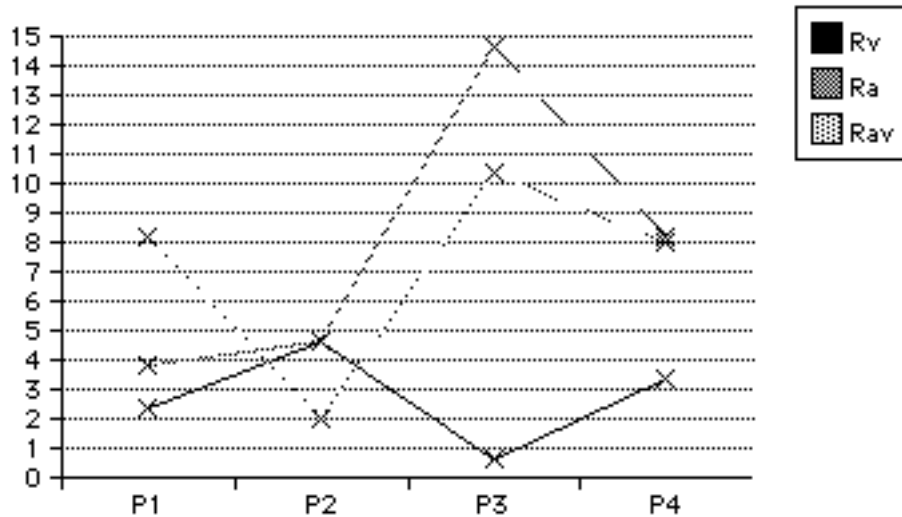
*Réponses.*

1) Outre le facteur sujet, les facteurs étudiés sont le mode de présentation de l’information (facteur  $\mathcal{P}$  à 4 niveaux notés  $P_1, P_2, P_3$  et  $P_4$ ) et le mode de rappel (facteur  $\mathcal{R}$  à trois niveaux notés  $R_v, R_a$  et  $R_{av}$ ). La variable dépendante est le nombre de traductions correctes fournies. L’expérience a été menée selon le plan :  $\mathcal{S}_5 < \mathcal{P}_4 * \mathcal{R}_3 >$ .

2) Les moyennes correspondant aux 12 conditions expérimentales sont données par :

	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$
$R_v$	2.4	4.6	0.6	3.4
$R_a$	3.8	4.6	14.6	8.2
$R_{av}$	8.2	2	10.4	8

Le graphe d'interaction a l'allure suivante :



3) Le tableau d'analyse de variance complété donne :

Sources de var.	ddl	SC	CM	F
$\mathcal{P}$	3	198.6	66.2	7.11
$\mathcal{R}$	2	301.9	150.95	16.21
$\mathcal{P} \times \mathcal{R}$	6	402.1	67.02	7.20
Résidu	48	446.8	9.31	
Total	59	1349		

Pour le facteur  $\mathcal{P}$ , les nombres de degrés de liberté à prendre en compte sont  $ddl_1 = 3$  et  $ddl_2 = 48$ . Au seuil de 5%, la table du F de Fisher donne  $F_{crit} = 2.84$ . L'effet du facteur  $\mathcal{P}$  est donc significatif.

Pour le facteur  $\mathcal{R}$ , les nombres de degrés de liberté à prendre en compte sont  $ddl_1 = 2$  et  $ddl_2 = 48$ . Au seuil de 5%, la table du F de Fisher donne  $F_{crit} = 3.23$ . L'effet du facteur  $\mathcal{R}$  est donc significatif.

Pour l'interaction  $\mathcal{P} \times \mathcal{R}$ , les nombres de degrés de liberté à prendre en compte sont  $ddl_1 = 6$  et  $ddl_2 = 48$ . Au seuil de 5%, la table du F de Fisher donne  $F_{crit} = 2.34$ . L'effet d'interaction est donc significatif.

4) a) Il s'agit ici d'une comparaison de moyennes sur deux groupes indépendants. On obtient, en utilisant les résultats fournis,  $t_{obs} = 3.68$ . Ici,  $ddl = 38$ ; pour un seuil de 5% unilatéral, la table du T de Student donne  $t_{crit} = 1.686$ . On obtient donc de meilleurs résultats en modalité  $R_{av}$  qu'en modalité  $R_v$ .

b) La méthode est identique. On obtient ici  $t_{obs} = 3.81$  et une conclusion analogue.

5) On a montré un effet du facteur  $\mathcal{P}$ , ce qui justifie en partie la première phrase de conclusion. Une étude complémentaire devrait montrer que les différences constatées entre les 4 présentations se font au bénéfice de  $P_2$  et  $P_4$ .

La deuxième phrase reprend l'une des hypothèses de recherche. Les moins bonnes performances ont effectivement été observées lorsque l'illustration est simplement ajoutée, alors que la situation  $P_4$ , dans laquelle l'illustration est intégrée aux autres sources conduit à des résultats généralement supérieurs à ceux de la situation contrôle.

La troisième phrase fait référence aux conclusions trouvées dans la question 4 : nous y

avons montré que la modalité  $R_v$  obtenait des résultats inférieurs à chacune des deux autres modalités.

La dernière phrase traduit l'interaction entre les facteurs  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{R}$ . C'est effectivement le groupe soumis à  $P_3$  et  $R_a$  qui obtient le meilleur résultat absolu.

### Plan $\mathcal{S} < \mathcal{A} > * \mathcal{B}$

#### Enoncé 29 Dossier "Termites"

Dans une étude expérimentale (d'après Catherine Venturelli : la dynamique du creusement chez *Reticulitermes santonensis*, 1990), on étudie le comportement de creusement de 72 groupes de termites (d'où le facteur groupe  $G$  à 72 modalités). Chaque groupe comprend 50 termites. Ces 72 groupes sont répartis dans 12 conditions expérimentales différentes ; d'où le facteur Condition  $C$  à 12 modalités. A chacune des conditions expérimentales on affecte 6 groupes, chacun des 72 groupes étant affecté à une seule condition expérimentale. Pour chaque groupe on observe le nombre de centimètres de galeries creusés par le groupe en 12 heures. L'expérience se déroule sur 15 jours, avec 2 relevés par jour correspondant à deux périodes d'activité : un relevé le soir, où l'on observe le nombre de centimètres creusés pendant la journée (période  $p_1$ ), un relevé le matin, où l'on observe le nombre de centimètres creusés pendant la nuit (période  $p_2$ ). D'où le facteur Jour  $J$  à 15 modalités et le facteur Période d'activité  $P$  à 2 modalités ( $p_1$  et  $p_2$ ).

Les données suivantes concernent une partie des observations, les résultats de 12 groupes de termites. Six groupes ont été placés dans du sable humide ( $h_1$ ), 6 groupes dans du sable peu humide ( $h_2$ ). D'où le facteur Humidité à 2 modalités. Il s'agit des deux relevés ( $p_1$  et  $p_2$ ) du premier jour.

Données "Termites" et protocoles dérivés

		p1	p2	p2-p1	(p1+p2)/2
G(h1) humide	g1	0.0	48.80	48.80	24.40
	g2	36.5	79.3	42.80	57.90
	g3	16.2	46.3	30.10	31.25
	g4	17.8	69.3	51.50	43.55
	g5	34.4	96.8	62.40	65.60
	g6	29.4	81.2	51.80	55.30
G(h2) peu humide	g7	0.0	0.0	0.00	0.00
	g8	9.8	51.0	41.20	30.40
	g9	9.4	64.0	54.60	36.70
	g10	13.1	76.9	63.80	45.00
	g11	2.2	30.7	28.50	16.45
	g12	4.4	7.3	2.90	5.85

Moyennes

	p1	p2
h1	22,38	70,28
h2	6,48	38,32

Effets intra

H*P	p1 (jour)	p2 (nuit)	diff p1,p2
h1 (humide)	22,38	70,28	-47,90
h2 (peu humide)	6,48	38,32	-31,84
diff h1,h2	15,90	31,96	-16,06

- 1) En moyenne, jour et nuit confondus, les termites creusent-ils plus en sable humide ou en sable peu humide ?
- 2) Le jour, les termites creusent-ils plus en sable humide ou en sable peu humide ?
- 3) Les termites creusent-ils plus la nuit que le jour ?
- 4) Lorsqu'ils sont placés en sable peu humide, les termites sont-ils influencés par le jour et la nuit ?
- 5) La différence entre le jour et la nuit est-elle la même, quelle que soit l'humidité du sable ?

*Indications de solutions.*

*Les données fournies correspondent au plan d'expérience  $S_6 < H_2 > *P_2$ .*

*1) On raisonne ici sur le protocole dérivé des moyennes par individu. Au niveau descriptif :  $\bar{x}_1 = 46.33$ ,  $\bar{x}_2 = 22.4$ ,  $s_{c,1} = 16.1352$ ,  $s_{c,2} = 17.8343$ . Les termites semblent creuser plus en condition  $H_1$  qu'en condition  $H_2$ .*

*Un test de comparaison de deux moyennes sur des groupes indépendants donne :  $t_{obs} = 2.43$ , et  $ddl = 10$ , valeur significative au seuil de 5% unilatéral.*

*2) On procède ici comme dans la question précédente, mais en utilisant la première colonne de données. On obtient :  $\bar{x}_1 = 22.38$ ,  $\bar{x}_2 = 6.48$ ,  $s_{c,1} = 13.8070$ ,  $s_{c,2} = 5.0598$ .  $t_{obs} = 2.65$ , et  $ddl = 10$ , valeur significative au seuil de 5% unilatéral.*

*Un autre paramètre descriptif intéressant est l'effet calibré du facteur H défini par :*

$$EC = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{s_{1,c}^2 + s_{2,c}^2}} = 1.08. \text{ Un écart calibré supérieur à 1 indique un effet important.}$$

*3) On utilise ici le protocole dérivé des effets individuels (colonne des différences). On a :  $\bar{d} = 39.87$  et  $s_c = 20.99$ . Une comparaison de moyennes sur deux groupes appariés donne :  $t_{obs} = 6.57$  et  $ddl = 11$ , valeur significative au seuil de 5% unilatéral.*

*4) On procède comme dans la question précédente, en se limitant aux individus statistiques du deuxième groupe. On a :  $\bar{d} = 31.83$  et  $s_c = 26.42$ . Une comparaison de moyennes sur deux groupes appariés donne :  $t_{obs} = 2.95$  et  $ddl = 5$ , valeur significative au seuil de 5% unilatéral.*

*5) Il s'agit ici d'étudier l'interaction entre le facteur P et le facteur H. On pourra tracer un diagramme d'interaction à partir du tableau des moyennes donné dans l'énoncé.*

*On obtient :  $Moy(P_2 - P_1/H_1) = 47.90$ ,  $s_{c,1} = 10.79$ ,  $Moy(P_2 - P_1/H_2) = 31.83$ ,  $s_{c,2} = 26.42$ . On peut aussi calculer l'effet calibré (cf. question 2). Ici,  $EC = 0.563$ , ce qui est assez faible.*

*Une comparaison de moyennes sur les deux groupes correspondant aux modalités  $h_1$  et  $h_2$  du facteur H donne :  $t_{obs} = 1.38$ , valeur non significative aux seuils traditionnels.*

*Remarque. Le tableau d'analyse de variance est ici le suivant :*

Source	ddl	SC	CM	$F_{cal}$	Pr
$H$	1	3437	3437	5.94	.035
$S < H >$	10	5784	578.4		
$P$	1	9536	9536	46.84	.00005
Interaction	1	387.2	387.2	1.90	.20
Résidu	10	2036	203.6		
Total	23	21180			

On retrouve ainsi les résultats des questions 1, 3 et 5, en remarquant que  $F_{cal} = t_{obs}^2$ .

**Enoncé 30** *Données Conrad*

Dans une reprise d’une expérience de Conrad (1971), on veut mettre en évidence l’hypothèse de recherche suivante : “les enfants jeunes n’utilisent pas un codage phonologique en mémoire à court terme”. Pour ce faire, on sélectionne cinq enfants de 5 ans et 5 enfants de 12 ans (Variable  $\mathcal{A}$ , avec deux modalités). On montre à chaque enfant un certain nombre de paires d’images représentant des objets dont on s’est assuré auparavant qu’ils sont nommés d’une seule manière par les enfants. On montre les images aux enfants. Puis on retourne les images (les enfants ne voient plus que le dos des images). Ensuite, on donne aux enfants une paire d’images identiques à celles retournées. Enfin, on leur demande de placer ces nouvelles images comme les images retournées sur la table. Pour la moitié des paires d’images les noms des objets se ressemblent (e.g., noix et doigt). Pour l’autre moitié, les noms des objets ne se ressemblent pas (e.g., maison et cheval). Conrad prédit que les enfants les plus vieux réussiront dans l’ensemble mieux que les enfants les plus jeunes, mais également que les enfants les plus vieux utiliseront un codage phonologique comme mnémonique (i.e., “la parole intérieure”). De ce fait, les enfants les plus vieux devront commettre plus d’erreurs lorsque les noms se ressemblent acoustiquement que lorsque les noms diffèrent. On présente à chaque enfant cinquante paires d’images correspondant à la modalité  $b_1$  (dissemblance acoustique), et cinquante paires d’images correspondant à la modalité  $b_2$  (ressemblance acoustique) ; la Variable Dépendante choisie est le nombre de paires d’images correctement reconstituées. L’ordre de présentation est “aléatorisé” pour chaque passation (Pourquoi cette précaution ?).

Essayer de traduire l’hypothèse de recherche en prédiction sur les sources de variation de l’analyse de variance.

Vous avez dû conclure que, d’une part, on s’attend à un effet principal de l’âge (qui est trivial), et, d’autre part, à un effet d’interaction : c’est le point d’importance, ou si vous préférez, le point crucial de la théorie. On retrouve, ici, le rôle essentiel de l’interaction “comme test de théorie”.

Résultats de l'expérience		
$a_1b_1$	$a_1b_2$	Somme
$s_1$ 15	14	29
$s_2$ 23	20	43
$s_3$ 12	11	23
$s_4$ 16	17	33
$s_5$ 14	13	27
80	75	155
$a_2b_1$	$a_2b_2$	Somme
$s_6$ 40	33	73
$s_7$ 38	23	61
$s_8$ 31	21	52
$s_9$ 36	26	62
$s_{10}$ 30	22	52
175	125	300
255	200	455

Calcul en 13 points

$$\begin{aligned}
 Q1 &= 15 + \dots + 22 = 455 \\
 Q2 &= 15^2 + \dots + 22^2 = 11945 \\
 Q3 &= (15^2 + 300^2)/10 = 11402.5 \\
 Q4 &= (255^2 + 200^2)/10 = 10502.5 \\
 Q5 &= (80^2 + \dots + 125^2)/5 = 11655 \\
 Q6 &= (29^2 + \dots + 52^2)/2 = 11669.5 \\
 Q7 &= 455^2/20 = 10351.25 \\
 Q8 &= SC_A = Q3 - Q7 = 1051.25 \\
 Q9 &= SC_B = Q4 - Q7 = 151.25 \\
 Q10 &= SC_{S(A)} = Q6 - Q3 = 267 \\
 Q11 &= SC_{AB} = Q5 - Q3 - Q4 + Q7 = 101.15 \\
 Q12 &= SC_{BS(A)} = Q2 - Q5 - Q6 + Q3 = 23 \\
 Q13 &= SC_{total} = Q2 - Q7 = 1593.75
 \end{aligned}$$

Source	ddl	SC	CM	$F_{cal}$	$Pr(F_{cal})$
<i>Entre les sujets</i>					
$\mathcal{A}$	1	1051.25	1051.25	31.5 **	.00058
$\mathcal{S}(\mathcal{A})$	8	267.00	33.38	—	
<i>Dans les sujets</i>					
$\mathcal{B}$	1	151.25	151.25	52.6 **	.00013
$\mathcal{AB}$	1	101.25	101.25	35.2 **	.00042
$\mathcal{BS}(\mathcal{A})$	8	23.00	2.86	—	
Total	19	1593.75			
<i>ns</i> : suspension du jugement au seuil .05 * : $p$ inférieur à .05 ; ** : $p$ inférieur à .01.					

Ainsi, les prédictions de Conrad se réalisent. On note un effet principal attribuable à l'âge ( $F_{cal}(1, 8) = 31.5$ ;  $p$  inférieur à .01), une interaction entre l'âge et la ressemblance acoustique ( $F_{cal}(1, 8) = 35.2$ ;  $p$  inférieur à .01). On obtient également un effet principal

de la ressemblance  $F_{cal}(1, 8) = 52.6$ ,  $p$  inférieur à  $.01$ , mais cet effet est d'interprétation délicate du fait de l'interaction.

Retrouver les résultats précédents à l'aide de méthodes de comparaison de moyennes sur des protocoles dérivés convenablement choisis.

Représenter graphiquement l'interaction entre les deux facteurs.

**Enoncé 31** *Données Bahrick*

Dans une reprise partielle d'une expérimentation de Bahrick (1984), on demande à dix sujets (cinq étudiants et cinq étudiantes) de participer à l'expérience suivante :

On montre aux sujets vingt portraits en noir et blanc (composés de dix portraits d'hommes et dix portraits de femmes). On demande aux sujets d'essayer de "mémoriser" ces vingt portraits afin de pouvoir les reconnaître lors d'un test ultérieur. Les sujets accomplissent ensuite pendant environ une demi-heure diverses tâches. Puis on leur présente vingt paires de photographies composées d'un portrait vu pendant la phase d'apprentissage et d'un portrait inconnu des sujets ; et on leur demande d'identifier dans chaque paire de photographies le portrait connu.

On donne ci-dessous le nombre de portraits correctement identifiés en fonction des sujets et du "sexe" des portraits. (Les sujets sont identifiés par un prénom).

Nom du sujet	Portrait masculin	Portrait féminin
Albert	6	6
Henri	6	6
Jules	5	5
Paul	5	5
Octave	5	6
Albertine	6	8
Henriette	7	8
Julie	6	6
Paule	7	7
Octavie	6	6

*Indications de solution.* L'expérience est menée selon le plan  $S_5 < X_2 > *P_2$ . Le tableau d'analyse de variance est donné par :

Source	ddl	SC	CM	$F_{cal}$	$Pr(F_{cal})$
<i>Entre les sujets</i>					
$X$	1	7.2	7.2	10.28 *	.0124
$S(X)$	8	5.6	0.7	—	
<i>Dans les sujets</i>					
$P$	1	0.8	0.8	3.2 NS	.11
$XP$	1	0.2	0.2	0.8 NS	.40
$PS(X)$	8	2	0.25	—	
Total	19	15.8			
<i>ns : suspension du jugement au seuil .05</i> <i>* : p inférieur à .05 ; ** : p inférieur à .01.</i>					

**Enoncé 32** *Dossier "King"*

En 1986, King a étudié l'activité motrice chez le rat après injection d'un médicament appelé midazolam. La première injection du médicament entraîne généralement une diminution nette de l'activité motrice. Mais une certaine tolérance se développe rapidement.



King souhaitait savoir si cette tolérance acquise pouvait s'expliquer sur la base d'une tolérance conditionnée.

Il a utilisé trois groupes et n'a recueilli les données (présentées dans le tableau ci-dessous) que le dernier jour, jour du test. Durant le pré-test, deux groupes d'animaux ont reçu à plusieurs reprises des injections de midazolam réparties sur plusieurs jours, tandis que le groupe témoin recevait des injections d'une solution saline physiologique.

Le jour du test, un groupe (le groupe "même") a reçu une injection de midazolam dans le même environnement qu'auparavant. Le groupe "différent" a également reçu une injection de midazolam, mais dans un environnement différent. Enfin, le groupe témoin a reçu, pour la première fois, une injection de midazolam. Ce groupe témoin devrait donc manifester la réaction initiale classique au médicament (comportement ambulatoire réduit), tandis que le groupe "même" devrait présenter l'effet normal de tolérance. Par contre, si King a raison, le groupe "différent" devrait réagir de la même façon que le groupe témoin ; en effet, ces animaux allaient cette fois recevoir l'injection dans un environnement différent, et les éléments nécessaires pour susciter une tolérance conditionnée ne seraient pas présents. La variable dépendante du tableau ci-dessous est une mesure du comportement ambulatoire, en unités arbitraires.

Comme le médicament se métabolise sur une période d'environ 1 heure, King a enregistré ses données par blocs (ou intervalles) de 5 minutes. Le tableau 8 donne les valeurs observées pour les 6 premiers blocs de données.

1) a) Quelles sont les variables indépendantes (ou facteurs de variation) prises en compte ? Quel est le nombre de niveaux de chacun des facteurs ?

b) Quelle est la variable dépendante ?

c) Ecrire le plan d'expérience correspondant.

2) a) Calculer les moyennes correspondant aux 18 conditions expérimentales définies par les combinaisons des variables "groupe" et "intervalle".

b) Réaliser un graphe illustrant une éventuelle interaction entre ces variables. Commenter le graphe obtenu.

3) *Analyse de variance.*

Le tableau d'analyse de variance relatif aux données observées se présente ainsi :

Sources de var.	ddl	SC	CM	F
<i>Entre les sujets</i>				
Groupes	2	285815	142907	...
$\mathcal{S}(\mathcal{G})$	21	384722	18320	...
<i>Dans les sujets</i>				
Intervalles	5	399736	...	...
$\mathcal{I} \times \mathcal{G}$	10	80820	...	...
Résidu	105	281199	2678	
Total	143	1432293		

a) Compléter ce tableau en calculant les carrés moyens et les statistiques F de Fisher qui sont remplacés par "..." dans le tableau ci-dessus.

b) En utilisant un seuil de 5%, étudier quelles sont les sources de variation dont l'effet est significatif.

4) *Comparaisons de moyennes*

	Intervalles					
	1	2	3	4	5	6
Témoin	150	44	71	59	132	74
	335	270	156	160	118	230
	149	52	91	115	43	154
	159	31	127	212	71	224
	159	0	35	75	71	34
	292	125	184	246	225	170
	297	187	66	96	209	74
	170	37	42	66	114	81
Même	346	175	177	192	239	140
	426	329	236	76	102	232
	359	238	183	123	183	30
	272	60	82	85	101	98
	200	271	263	216	241	227
	366	291	263	144	220	180
	371	364	270	308	219	267
	497	402	294	216	284	255
Différent	282	186	225	134	189	169
	317	31	85	120	131	205
	362	104	144	114	115	127
	338	132	91	77	108	169
	263	94	141	142	120	195
	138	38	16	95	39	55
	329	62	62	6	93	67
	292	139	104	184	193	122

TAB. 8 – Données King

- a) Déterminer le protocole dérivé obtenu en calculant le score moyen observé sur les intervalles 2 à 6 pour chacun des sujets des groupes “témoin” et “différent”.
- b) Comparer le comportement des deux groupes à l’aide d’un test sur les moyennes de ce protocole dérivé.

## Autres plans

### **Enoncé 33** Dossier “Néglige”

Une recherche a porté sur la “pseudo-négligence” qu’on observe chez des sujets normaux. Ce nom provient des similarités qu’elle présente avec l’héminégligence (atteinte de la moitié du champ visuel) de sujets atteints d’une lésion cérébrale. La tâche des sujets consiste à déterminer le milieu subjectif d’une baguette de 24cm avec la seule aide d’informations kinesthésiques. La pseudo-négligence se traduit par une déviation systématique vers la droite (pour les droitiers) de ce milieu subjectif par rapport au milieu objectif de la baguette.

Les données portent sur 24 femmes droitrières (facteur S) réparties selon 2 conditions (12 sujets pour chacune) : active (c1) où le sujet peut librement déplacer son doigt posé sur un curseur mobile le long de la baguette ; ou passive (c2) où le sujet commande un moteur déclenchant le mouvement de la baguette dans un sens ou dans l’autre, alors que son doigt ne bouge pas (facteur C). Chaque sujet exécute cette tâche dans 6 situations expérimentales obtenues par le croisement de la main utilisée, gauche (m1) ou droite (m2) et l’orientation du regard, 30N° à gauche (o1), 0N° (o2) ou 30N° à droite (o3) (facteurs M et O). Pour chaque sujet et chaque situation on mesure la déviation en cm entre le milieu subjectif et le milieu objectif de la baguette. Une déviation à droite est notée par une valeur positive, à gauche par une valeur négative.

L’objectif principal de l’expérience est l’étude de l’effet de la condition sur la déviation, et des possibles variations de cet effet selon l’orientation.

Les données sont présentées dans le tableau ci-dessous.

*Données “Négligence” et protocoles dérivés (PD1 à PD3)*

	m1o1	m1o2	m1o3	m2o1	m2o2	m2o3	PD1	PD2	PD3
s1c1	1.95	0.95	0.55	0.15	-0.80	-0.65	0.36	1.80	1.58
s2c1	3.00	3.10	1.55	-0.10	-0.30	-0.60	1.11	3.10	2.88
s3c1	1.00	1.20	-0.65	-1.25	-2.20	-2.15	-0.68	2.25	2.38
s4c1	0.25	0.20	0.85	-0.85	0.05	-0.05	0.08	1.10	0.72
s5c1	1.15	0.55	0.95	-0.10	-0.40	-1.95	0.03	1.25	1.70
s6c1	1.85	0.75	-1.65	-0.35	0.15	-0.35	0.07	2.20	0.50
s7c1	2.05	1.75	-1.50	1.05	0.05	-0.90	0.42	1.00	0.70
s8c1	1.75	-0.50	0.25	-0.25	-0.05	0.90	0.35	2.00	0.30
s9c1	0.40	1.85	-0.10	-0.45	-0.40	-1.05	0.04	0.85	1.35
s10c1	-0.80	4.10	3.00	-1.15	-0.20	-2.25	0.45	0.35	3.30
s11c1	2.50	-0.75	0.30	0.20	-1.25	-1.20	-0.03	2.30	1.43
s12c1	1.80	1.65	0.55	1.00	-1.00	1.30	0.88	0.80	0.90
s13c2	-0.30	-0.10	-0.55	1.30	-1.90	0.75	-0.13	-1.60	-0.37
s14c2	1.40	-1.00	0.95	-0.20	0.00	-0.50	0.11	1.60	0.68
s15c2	0.25	0.75	-0.70	0.75	0.55	0.60	0.37	-0.50	-0.53
s16c2	0.75	1.10	1.40	0.25	-1.55	0.05	0.33	0.50	1.50
s17c2	-0.30	-0.70	-0.80	0.85	-0.10	-1.15	-0.37	-1.15	-0.47
s18c2	-2.10	3.45	-1.85	0.95	1.50	2.80	0.79	-3.05	-1.92
s19c2	1.85	-0.55	2.25	-0.05	1.55	-0.30	0.79	1.90	0.78
s20c2	1.65	-0.75	0.05	-0.60	-1.55	-1.75	-0.49	2.25	1.62
s21c2	-0.75	1.25	-0.25	-0.20	-0.05	2.35	0.39	-0.55	-0.62
s22c2	1.80	1.15	1.95	0.80	0.85	0.90	1.24	1.00	0.78
s23c2	-0.95	0.15	0.80	-0.15	-0.30	-1.05	-0.25	-0.80	0.50
s24c2	0.20	-0.45	-0.80	0.65	2.20	-0.10	0.28	-0.45	-1.27

Réf : Chokron, Imbert (1993) - Egocentric reference and asymmetric perception of space. *Neuropsychologia* 31, 3, 267-275. D'après J.M. Bernard (1994) - Structure des données, données planifiées *Mathématiques, Informatique et Sciences humaines n° 126* 7-18.

- 1) a) Pour chacun des 4 cas ci-dessous, écrire au moyen des symboles <> et \* la relation entre les deux facteurs S et C ; M et O ; C et M ; C et O.
- b) Ecrire au moyen des mêmes symboles la relation entre les trois facteurs S, M et O.
- 2) a) On calcule la moyenne de toutes les valeurs observées. On trouve 0.256. Que signifie cette valeur. Que peut-on en conclure ?
- b) On s'intéresse aux effets moyens et intra du facteur C.

	m1	m2	Moyennes
c1	+0.996	-0.483	0.256
c2	+0.285	+0.226	0.256
Moyennes	0.640	-0.128	0.256

Commenter l'effet moyen du facteur C.

Commenter l'effet observé du facteur C lorsque c'est la main gauche (m1) qui est utilisée. Calculer la valeur de cet effet

Construire un graphe représentant l'interaction entre les facteurs C et M.

- 3) Les trois dernières colonnes du tableau général (PD1 à PD3) indiquent trois protocoles pouvant être dérivés du protocole de base. Indiquer, pour chacun des effets ci-dessous, quel est le protocole dérivé pertinent et indiquer quel calcul a permis d'obtenir la première valeur de ce protocole dérivé :

Effet de C ; effet de M ; effet de M.C ; effet de M/o1 .

4) On s'intéresse à l'effet de la condition (C) avec la main gauche (m1) et avec l'orientation o2. Le protocole dérivé pertinent est la deuxième colonne du tableau principal (m1o2). A l'aide d'un test de comparaison de moyennes, déterminer si cet effet est significatif.

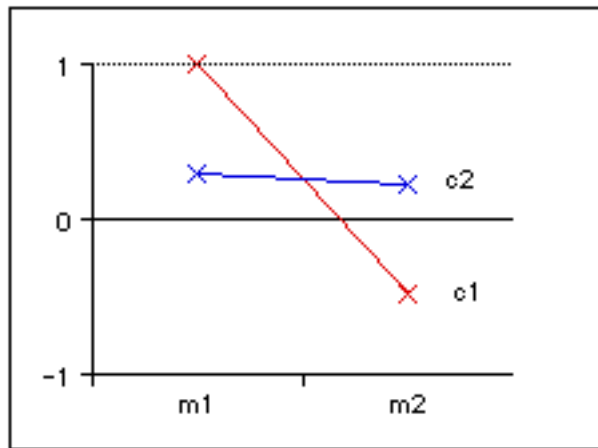
Réponses : 1) a)

<i>S et C</i>	<i>S&lt;C&gt;</i>
<i>M et O</i>	<i>M*O</i>
<i>C et M</i>	<i>C*M</i>
<i>C et O</i>	<i>C*O</i>

1) b) Entre S, M et O :  $S*M*O$ .

2) a) La moyenne générale représente l'effet de la pseudo-négligence, indépendamment des effets des autres facteurs.

b) L'effet moyen du facteur C est nul. En revanche, l'effet observé du facteur C dans la modalité m1 est  $0.996 - 0.285 = 0.711$ . Le graphe d'interaction pourra être représenté par :



c)

	PD	Calcul
Effet de C	PD1	$(1.95 + 0.95 + 0.55 + 0.15 - 0.80 - 0.65)/6$
Effet de M	PD3	$(1.95 + 0.95 + 0.55)/3 - (0.15 - 0.8 - 0.65)/3$
Effet de M.C	PD3	<i>id.</i>
Effet de M/o1	PD2	$1.95 - 0.15$

3) Il s'agit d'une comparaison de moyennes sur groupes indépendants. On obtient les résultats suivants :

|     | Moyenne | écart type | écart type cor.

que les sujets avaient à résoudre une tâche concurrente (c1) ou non (c2). Chaque sujet est confronté à chacune des 4 conditions définies par le croisement des facteurs M et C. Les données présentées dans le tableau 9 correspondent à la moyenne des performances obtenues sur 5 essais.

*Critères d'importance de l'effet :*

Critère sémantique : On considérera qu'un effet est faible s'il est inférieur à 1, important s'il est supérieur à 2.

Critère psychométrique : On prendra les critères habituels ( $d/s < 1/3$  et  $d/s > 2/3$ ) comme limites d'un effet faible et d'un effet important.

	m1c1	m2c1	m1c2	m2c2
s1x1	70.25	79.50	61.75	68.00
s2x1	57.50	65.00	62.25	71.00
s3x1	71.00	91.00	60.00	68.00
s4x1	63.75	76.25	58.25	70.50
s5x1	72.50	60.25	61.25	60.50
s6x1	61.25	80.00	64.25	87.00
s7x1	58.00	59.75	62.75	69.00
s8x1	57.50	64.25	74.25	85.00
s9x2	62.00	66.50	66.25	72.50
s10x2	74.00	78.25	74.25	87.25
s11x2	63.25	77.50	61.50	86.50
s12x2	88.25	91.50	93.50	83.25
s13x2	60.75	67.25	60.75	69.25
s14x2	70.75	84.00	73.25	79.50
s15x2	54.50	59.00	64.50	68.25
s16x2	48.50	51.00	62.50	70.25

TAB. 9 – Données “Tapping”

- 1) Pour chacun des 5 effets  $X$ ,  $M$ ,  $C$ ,  $X.M$ ,  $M.C$  indiquer :
  - quel est, parmi les 4 protocoles dérivés du tableau 10, le protocole dérivé pertinent pour l'étude de cet effet
  - comment a été calculée la première valeur (sujet s1) de ce protocole dérivé pertinent.
- 2) On s'intéresse à l'effet du facteur Sexe ( $X$ ), c'est-à-dire aux différences de performances obtenues par les garçons (x1) et les filles (x2). On trouve une différence de performance  $d_{obs} = 3.086$  en faveur des filles. On veut tester l'hypothèse  $H_0$  d'une absence d'effet parent pour cette comparaison.
  - Indiquer la formule du test T de Student à utiliser dans ce cas.
  - On trouve  $t_{obs} = 0.788$ . Indiquer le nombre de degrés de liberté et le résultat du test. Donner une conclusion inférentielle sur l'effet de  $X$ .
- 3) On s'intéresse à l'effet du facteur C, c'est-à-dire à l'effet de la tâche concurrente sur les performances au tapping. En moyenne, on trouve  $m_{c_1} = 68.27$  et  $m_{c_2} = 70.53$  d'où  $d_{obs} = 2.26$ . On souhaite savoir si l'effet de la tâche concurrente est différent pour les garçons (C/x1) et les filles (C/x2). Pour cela, on dérive le protocole des moyennes de support  $X*C$  représenté ci-dessous.

	PD1	PD2	PD3	PD4
s1x1	-3.00	7.750	-10.000	69.8750
s2x1	1.25	8.125	5.375	63.9375
s3x1	-12.00	14.000	-17.000	72.5000
s4x1	-0.25	12.375	-5.625	67.1875
s5x1	11.50	-6.500	-5.500	63.6250
s6x1	4.00	20.750	5.000	73.1250
s7x1	4.50	4.000	7.000	62.3750
s8x1	4.00	8.750	18.750	70.2500
s9x2	1.75	5.375	5.125	66.8125
s10x2	8.75	8.625	4.625	78.4375
s11x2	10.75	19.625	3.625	72.1875
s12x2	-13.50	-3.500	-1.500	89.1250
s13x2	2.00	7.500	1.000	64.5000
s14x2	-7.00	9.750	-1.000	76.8750
s15x2	-0.75	4.125	9.625	61.5625
s16x2	5.25	5.125	16.625	58.0625

TAB. 10 – Protocoles dérivés des données “Tapping”

	c1	c2
x1	67.984	67.734
x2	68.563	73.328

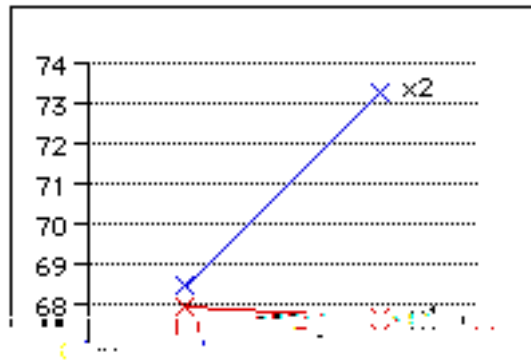
- Pour chacun des deux effets C/x1 et C/x2, calculer les valeurs des effets, puis conclure sur l'importance des effets en utilisant le critère sémantique.
- Construire un graphique représentant l'interaction entre C et X.
- 4) La première colonne du tableau 10 (protocole PD1) est un sous-protocole de structure S8<X2>.
  - Calculer sur ce protocole les moyennes  $m_{x_1}$  et  $m_{x_2}$ , les variances corrigées ( $s_{1,c}^2$  et  $s_{2,c}^2$ ) et les écarts-types corrigés de chacun des deux groupes x1 et x2.
  - Calculer la variance corrigée intra et l'écart-type corrigé intra.
- 5) Pour les mêmes données que la question précédente, de structure S8<X2>, on peut calculer la variance inter (variance des moyennes des deux groupes x1 et x2) et la variance intra (moyenne des variances des deux groupes).
  - Indiquer comment augmenter la variance intra sans modifier la variance inter.
  - Indiquer comment augmenter la variance inter sans modifier la variance intra.

Indications de réponses : 1)

Effet	Protocole	Calcul
X	PD4	$(70.25 + 79.50 + 61.75 + 68)/4$
M	PD2	$[(79.50 - 70.25) + (68.00 - 61.75)] / 2$
C	PD3	$[(61.75 + 68.00) - (70.25 + 79.50)] / 2$
X.M	PD2	
M.C	PD1	$(68.00 - 61.75) - (79.50 - 70.25)$

2) Comparaison de moyennes sur groupes indépendants.  $ddl = 14$ . Pas d'effet significatif au seuil de 5%.

3) Le graphe d'interaction est donné par :



4) On obtient :  $m_{x_1} = 1.25$ ,  $m_{x_2} = 0.9025$ ,  $s_{1,c}^2 = 46.66$ ,  $s_{2,c}^2 = 64.570$ ,  $s_{1,c} = 6.83$ ,  $s_{2,c} = 8.04$ .

La variance corrigée intra est la demi-somme des variances précédentes (car il s'agit de groupes équilibrés). D'où  $s_{intra}^2 = 55.615$  et  $s_{intra} = 7.45$ .

5) Pour augmenter la variance intra sans modifier la variance inter, on modifie les scores de façon à augmenter la dispersion dans l'un des groupes sans modifier les moyennes des groupes. Par exemple, on diminue de 10 points le score du sujet 3 et on augmente de 10 points celui du sujet 5.

Pour augmenter la variance inter sans modifier la variance intra, on peut, par exemple, augmenter d'une même quantité tous les scores du groupe présentant la moyenne la plus élevée.

**Enoncé 35** Dossier "TR"

TR= Temps de réaction

Les données présentées ci-dessous sont extraites d'une expérience de temps de réaction (Holender et Bertelson, 1975). La tâche du sujet (adulte) est de réagir le plus rapidement possible à la présentation d'un stimulus. Deux facteurs expérimentaux sont en jeu : le facteur F, fréquence du stimulus, à 2 modalités : f1 : stimulus fréquent (de fréquence 0.75) f2 : stimulus rare (de fréquence 0.25) et le facteur D, durée de la période préparatoire (délai entre la présentation d'un signal avertisseur et celle du stimulus), à 2 modalités également : d1 : période courte (0.5 secondes) d2 : période longue (5 secondes). On introduit ici un facteur supplémentaire (non présent dans l'expérience originale) en supposant que les sujets sont repartis en 2 groupes de 4 sujets chacun, d'où le facteur Groupe,  $G = \{g1, g2\}$ . Le facteur sujet, S, a 8 modalités.

Chaque sujet effectue plusieurs essais dans chacune des 4 conditions expérimentales correspondant aux modalités du croisement F2 \* D2. Le protocole de base présenté ci-dessous donne pour chaque sujet, et chacune des conditions expérimentales, la moyenne des temps de réaction pour les différents essais (en millisecondes). D'où un protocole numérique de 32 observations.



		Protocole de base				Protocoles dérivés		
		f1d1	f2d1	f1d2	f2d2	F/d1	F/d2	Moy.
S(g1)	s1	387	435	416	473	48	57	427.75
	s2	321	336	343	368	15	25	342
	s3	333	362	358	390	29	32	360.75
	s4	344	430	352	393	86	41	379.75
S(g2)	s5	368	432	432	504	64	72	434
	s6	357	367	394	411	10	17	382.25
	s7	336	346	340	421	10	81	360.75
	s8	387	454	438	496	67	58	443.75

Tableau des moyennes (m) et des écarts types corrigés (s) :

		Protocole de base				Protocoles dérivés		
		f1d1	f2d1	f1d2	f2d2	F/d1	F/d2	Moy.
g1	m	346.250	390.750	367.250	406.000	44 500	38.750	377.56
	s	28.745	49.406	33.079	46.036	30.795	13.817	36.84
g2	m	362.000	399.750	401.000	458.000	37 750	57.000	405.19
	s	21.307	51.461	45.092	48.778	32.066	28.296	40.08
Ens.	m	354.125	395.25	384.125	432			

Facteur F - Facteur D

	f2	f1	f2 - f1
s1	454	401.5	52.5
s2	353	332	20
s3	376	345.5	30.5
s4	411.5	348	63.5
Moy.			41.625
$s_{1,c}$			19.90
s5	468	400	68
s6	389	375.5	13,5
s7	383.5	338	45.5
s8	475	412.5	62.5
Moy.			47.375
$s_{2,c}$			24.53
Moy.			44.5
$s_c$			20.91

	d2	d1	d2 - d1
s1	444.5	411	33.5
s2	355.5	328.5	27
s3	374	347.5	26.5
s4	372.5	387	-14.5
Moy.			18.125
$s_{1,c}$			21.98
s5	468	400	68
s6	402.5	362	40.5
s7	380.5	341	39.5
s8	467	420.5	46.5
Moy.			48.625
$s_{2,c}$			13.28
Moy.			33.75
$s_c$			23.42

- 1) Quel est le plan d'expérience utilisé ?
- 2) Etudier l'effet du facteur G (groupe).
- 3) Etudier l'effet principal du facteur F.
- 4) Etudier l'effet principal du facteur D.
- 5) Construire un graphe illustrant l'interaction entre les facteurs D et F. Le commenter.
- 6) Construire un graphe illustrant l'interaction entre les facteurs D et G. Quel est le protocole dérivé pertinent pour étudier cette interaction ? Cette interaction est-elle significative ? Conclure à l'aide d'un test de comparaison de moyennes.

Indications de correction.

- 1) Le plan d'expérience est  $S_4 < G_2 > * D_2 * F_2$ .

2) Le protocole dérivé pertinent est ici celui des moyennes par sujet (premier tableau). En utilisant les données calculées dans le second tableau, on obtient  $t_{obs} = 1.015$ , résultat non significatif aux seuils traditionnels.

3) L'effet principal du facteur  $F$  peut être étudié à l'aide d'une comparaison de moyennes sur deux groupes appariés, en utilisant les données du tableau 3. On obtient :  $t_{obs} = 4.03$  et  $ddl = 7$ , résultat significatif au seuil de 5% unilatéral.

4) L'effet principal du facteur  $D$  peut être étudié à l'aide d'une comparaison de moyennes sur deux groupes appariés, en utilisant les données du tableau 4. On obtient :  $t_{obs} = 6.01$  et  $ddl = 7$ , résultat significatif au seuil de 5% unilatéral.

5) On utilise les moyennes figurant dans la dernière ligne du tableau 2. Le graphe ne montre aucune interaction entre  $D$  et  $G$ .

6) On utilise ici le tableau 4. L'interaction peut être étudiée à l'aide d'une comparaison de deux moyennes sur des groupes indépendants. On obtient :  $t_{obs} = 1.67$  et  $ddl = 6$ , résultat non significatif au seuil de 5% unilatéral.

**Enoncé 36** Données "Figures"

Les données qui suivent sont empruntées à une expérience de ségrégation perceptive sur des figures de GOTTSCHALDT. La tâche du sujet consiste à retrouver et à retracer les contours d'une figure simple dans des figures complexes. Le matériel comportait plusieurs planches de difficulté croissante. Pour l'analyse qui suit, on retiendra seulement les résultats relatifs aux planches p1 et p2.

Les sujets de l'expérience ont été affectés au hasard à l'une des deux conditions d'apprentissage a1 et a2 décrites plus loin. A l'intérieur de chaque condition, les sujets passent toutes les planches, dans tous les ordres possibles, donc s'agissant des planches p1 et p2 : soit dans l'ordre 1-2, soit dans l'ordre 2-1.

Les conditions a1 et a2 sont définies de la manière suivante :

- condition a1 : les sujets effectuent la tâche après avoir procédé à un apprentissage prolongé de figures simples ;
- condition a2 : les sujets effectuent la tâche sans apprentissage préalable.

La variable dépendante de base est le temps (en secondes) mis pour repasser une figure simple (temps moyen par sujet et par planche).

Pour l'analyse qui suit, on a retenu le sous-protocole suivant relatif à 24 sujets (6 sujets pour chacun des 4 groupes) et aux deux planches p1 et p2.

condition a1			
		planche p1	planche p2
g11 ordre 1-2	1	15	38
	2	9	40
	3	17	20
	4	8	13
	5	16	41
	6	9	35
g21 ordre 2-1	7	7	27
	8	7	36
	9	12	35
	10	4	24
	11	7	36
	12	7	30

condition a2			
		planche p1	planche p2
g12 ordre 1-2	13	6	27
	14	7	15
	15	25	24
	16	26	30
	17	10	31
	18	6	10
g22 ordre 2-1	19	6	22
	20	10	27
	21	15	18
	22	10	22
	23	9	25
	24	9	5

1) Chacun des sujets de l'expérience a été affecté au hasard à l'un des quatre groupes g11, g21, g12, g22. Par ailleurs chaque sujet passe les deux planches p1 et p2. On appellera :

- P2 = {p1, p2} le facteur "Planches" ;
- G4 = {g11, g21, g12, g22} le facteur "Groupe" ;
- S le facteur "sujets".

Donner une formule verbale et une justification de chacune des écritures suivantes :

$S < G4 >$  ;  $S * P2$  ;  $S < G4 > * P2$

2) On considère les facteurs :

Apprentissage A2 = {a1, a2} avec a1 : apprentissage préalable, a2 : pas d'apprentissage préalable.

Ordre O2 = {o1, o2} avec o1 : planche p1 puis planche p2, o2 : planche p2 puis planche p1

Donner une formulation verbale et une justification de l'écriture suivante :  $O2 * A2$ .

Donner enfin une formulation verbale de l'écriture suivante :  $S < O2 * A2 > * P2$

3) A l'intérieur de chacun des 4 groupes, on a calculé la moyenne et la variance corrigée relatives à chaque planche. Dans le tableau suivant, on trouvera les résultats relatifs à la planche 1 (les résultats relatifs à la planche 2 n'étant pas nécessaires pour les calculs demandés par la suite) ; dans chaque case, la première valeur est la moyenne, la deuxième la variance corrigée.

condition a1		
	planche p1	planche p2
g11	12,3 16,67	
g21	7,3 6,67	

condition a2		
	planche p1	planche p2
g12	13,3 91,07	
g21	9,8 8,57	

L'objectif principal de l'expérience est d'examiner s'il y a une différence entre les conditions a1 et a2. On se bornera ici à cet examen pour la planche p1 seulement, à l'intérieur de chacun des ordres de passation. Donc, on examinera les 2 comparaisons g11, g12 et g21, g22.

- a) Que suggère l'examen à vue des données, indépendamment de toute procédure d'inférence statistique ?
- b) Examiner d'un point de vue inférentiel chacune des 2 comparaisons indiquées ; on pourra notamment procéder à un test de comparaison de 2 moyennes. Commenter brièvement les résultats obtenus.

Réponses : 1)  $S < G4 >$  : chaque sujet est affecté à un seul groupe ; le facteur "sujet" est emboîté dans le facteur "groupe".

$S * P2$  : chaque sujet passe par les deux niveaux du facteur "planche". Le facteur "sujet" est croisé avec le facteur "planche".

2)  $O2 * A2$  : chaque niveau du facteur "apprentissage" est combiné avec chaque niveau du facteur "ordre". Les facteurs O2 et A2 sont croisés.

$S < O2 * A2 > * P2$  : Chaque sujet est affecté à un ordre donné et un type d'apprentissage donné. Chaque sujet passe par les deux modalités du facteur "planche".

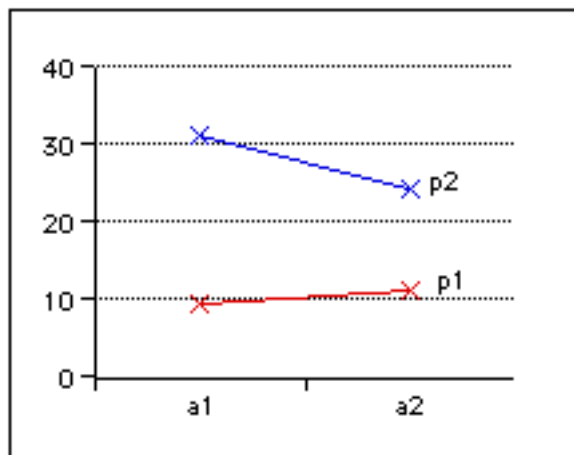
3) b) On compare g11 et g12 à l'aide d'une comparaison de moyennes sur des groupes indépendants.  $t_{obs} = -0.24$ , qui n'est pas significatif d'une différence entre les deux groupes. De même, la comparaison des groupes g21 et g22 aboutit à  $t_{obs} = -1.56$ , dont le niveau de significativité n'est que de 7.4% .

Remarques. On obtiendrait des résultats plus significatifs en étudiant les scores obtenus sur la planche p2.

Le tableau complet d'analyse de variance donne ici :

Source	ddl	SC	CM	F <sub>cal</sub>	Pr
O2	1	96.33	96.33		
A2	1	200.08	200.08	2.75	11%
O2A2	1	2.08	2.08		
S < O2A2 >	20	1457.51	72.88		
P2	1	2914.08	2914.08	89.22	**
O2P2	1	24.08	24.08		
A2P2	1	408.33	408.33	12.5	0.2%
O2A2P2	1	16.33	16.33		
Résidu	20	653.17	32.66		
Total	47	5772			

L'effet du facteur "planche" est très significatif. L'interaction entre les facteurs "apprentissage" et "planche" est également très significatif et peut être illustré par un graphe d'interaction.



**Enoncé 37** Dossier "Syssau"

Dans un article publié en 1996, A. Syssau et D. Brouillet étudient le rôle de la nature et de la valeur affective d'un texte dans la récupération du souvenir chez les personnes âgées. L'expérience a concerné 80 sujets répartis en 2 groupes : 40 sujets présentant un déficit mnésique et 40 sujets non déficitaires. Quatre textes ont été utilisés, correspondant au croisement des deux modalités du facteur "type de texte" (narratif v/s descriptif) et des deux modalités du facteur "connotation" (affective v/s neutre). On a constitué 8 groupes de 10 sujets : chaque texte est proposé à un groupe de sujets déficitaires et un groupe de sujets non-déficitaires.

La performance des sujets est mesurée par le nombre de propositions correctement rappelées (score de 0 à 20).

Les auteurs font les hypothèses suivantes :

Quel que soit le groupe, les textes narratifs seront mieux restitués que les textes descriptifs, avec des performances, dans le groupe non déficitaire, supérieures à celles du groupe déficitaire. De plus, la charge affective facilitera la restitution des textes, dans le groupe déficitaire. Ainsi, l'association "charge

affective et structure narrative” aurait pour conséquence une atténuation des différences de performances entre le groupe déficitaire et non déficitaires.

Les résultats observés dans une reprise de cette expérience sont rassemblés dans le tableau 11.

- 1) a) Quelles sont les variables indépendantes (ou facteurs de variation) prises en compte ? Quel est le nombre de niveaux de chacun des facteurs ?
- b) Quelle est la variable dépendante ?
- c) Ecrire le plan d'expérience correspondant.

- 2) a) Compléter le tableau 13 en calculant les carrés moyens et les statistiques F de Fisher qui sont remplacés par “...” dans l'énoncé.
- b) Utiliser ce tableau pour déterminer si les effets principaux des facteurs déficit mnésique, type de texte et connotation affective sont significatifs.

### 3) *Etude des interactions*

- a) Calculer les scores moyens des 4 groupes obtenus en croisant les deux facteurs déficit et type de texte, indépendamment de la connotation affective du texte.
- b) Réaliser un graphe montrant l'absence d'interaction entre ces deux facteurs.
- c) Réaliser une étude analogue montrant l'interaction entre le déficit mnésique et la connotation affective du texte.
- d) Utiliser le tableau d'analyse de variance (tableau 13) pour confirmer au niveau inférentiel les résultats précédents.

### 4) Les auteurs affirment :

Quel que soit le texte, lorsque la connotation affective est présente, les sujets déficitaires ont des performances améliorées.

- a) Justifier cette affirmation, pour les textes descriptifs, à l'aide d'un test unilatéral de comparaison de moyennes.

Les auteurs poursuivent :

Ils ont alors des performances comparables à celles des sujets non déficitaires.

- b) Justifier cette affirmation en s'appuyant sur l'un des tableaux d'analyse de variance fournis.

Les auteurs affirment également :

Quel que soit le texte, si la connotation est neutre, les sujets non déficitaires obtiennent des résultats supérieurs aux sujets déficitaires.

- c) L'un des tableaux d'analyse de variance permet de justifier en partie cette conclusion. Lequel ? Pourquoi la justification n'est-elle que partielle ?

### 5) Au vu des résultats obtenus, les hypothèses des auteurs sont-elles vérifiées ?

	texte narratif		texte descriptif	
	connotation affective	connotation neutre	connotation affective	connotation neutre
déficitaires	0	2	1	1
	2	0	3	0
	1	5	0	0
	8	9	4	1
	2	1	1	0
	4	0	2	1
	1	0	2	1
	0	7	1	1
	6	3	0	0
9	0	0	0	
non déficitaires	0	0	0	6
	4	2	0	4
	2	3	3	2
	5	6	4	0
	1	3	2	0
	2	8	0	1
	6	6	0	1
	2	4	2	3
	0	3	1	0
2	5	0	5	

TAB. 11 – Données observées

		texte narratif		texte descriptif	
		connotation affective	connotation neutre	connotation affective	connotation neutre
déficitaires	$\bar{x}$	3.3	2.7	1.4	0.5
	$s$	3.13	3.10	1.28	0.50
	$s_c$	3.30	3.27	1.35	0.53
non déficitaires	$\bar{x}$	2.4	4.0	1.2	2.2
	$s$	1.91	2.19	1.40	2.09
	$s_c$	2.01	2.31	1.48	2.20

TAB. 12 – moyennes et écarts types par groupe

Sources de var.	ddl	SC	CM	F
Déficit $\mathcal{D}$	1	4.513	4.513	...
Type texte $\mathcal{T}$	1	63.012	...	...
Connotation $\mathcal{C}$	1	1.513	...	...
Interaction $\mathcal{D} \times \mathcal{T}$	1	1.513	...	...
Interaction $\mathcal{D} \times \mathcal{C}$	1	21.013	...	...
Interaction $\mathcal{T} \times \mathcal{C}$	1	1.013	...	...
Inter. $\mathcal{D} \times \mathcal{T} \times \mathcal{C}$	1	0.112	0.112	0.02
Résidu	72	360.700	<b>5.010</b>	
Total	79	453.388		

TAB. 13 – Analyse de variance (ensemble des facteurs)

Sources de var.	ddl	SC	CM	F	Prob.
Déficit $\mathcal{D}$	1	3.02	3.02	0.64	0.43
Type texte $\mathcal{T}$	1	24.02	24.02	5.07	0.03
Interaction $\mathcal{D} \times \mathcal{T}$	1	1.22	1.22	0.26	0.61
Résidu	36	170.50	4.74		
Total	39	198.77			

TAB. 14 – Analyse de variance (connotation affective)

Sources de var.	ddl	SC	CM	F	Prob.
Déficit $\mathcal{D}$	1	22.50	22.50	4.26	0.046
Type texte $\mathcal{T}$	1	40.00	40.00	7.57	0.009
Interaction $\mathcal{D} \times \mathcal{T}$	1	0.40	0.40	0.08	0.785
Résidu	36	190.20	5.28		
Total	39	253.10			

TAB. 15 – Analyse de variance (connotation neutre)