Plan $\mathcal{S} < \mathcal{A}_a > * \mathcal{B}_b$

Plan à mesures partiellement répétées ou plan split-plot

$\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$: facteurs fixes.

Notations
a, b, n, x_{ijk}

Présentation des résultats

Source	S. carrés	*ddl*	C. moyen	F
	Entre les sujets			
$\mathcal{A}$	SC_A	$a-1$	CM_A	$\frac{CM_A}{CM_{S(A)}}$
$\mathcal{S}(\mathcal{A})$	$SC_{S(A)}$	$a(n-1)$	$CM_{S(A)}$	
	Dans les sujets			
$\mathcal{B}$	SC_B	$b-1$	CM_B	$\frac{CM_B}{CM_{BS(A)}}$
Int. $\mathcal{AB}$	SC_{AB}	$(a-1)(b-1)$	CM_{AB}	$\frac{CM_{AB}}{CM_{BS(A)}}$
Résid.	$SC_{BS(A)}$	$a(n-1)(b-1)$	$CM_{BS(A)}$	
Total	SC_T	$N-1$		

F_A : loi de Fisher à $a-1$ et $a(n-1)$ *ddl*
F_B : loi de Fisher à $b-1$ et $a(n-1)(b-1)$ *ddl*
F_{AB} : loi de Fisher à $(a-1)(b-1)$ et $a(n-1)(b-1)$ *ddl*

Exemple : Expérimentation de Bahrick (reconnaissance de portraits)

Facteurs : sexe du sujet, sexe du portrait
VD : nombre de portraits reconnus

Nom du sujet	Portrait masculin	Portrait féminin
Albert	6	6
Henri	6	6
Jules	5	5
Paul	5	5
Octave	5	6
Albertine	6	8
Henriette	7	8
Julie	6	6
Paule	7	7
Octavie	6	6

Source	S. carrés	*ddl*	C. moyen	F
	Entre les sujets			
$\mathcal{X}$	7.2	1	7.2	10.28*
$\mathcal{S}(\mathcal{X})$	5.6	8	0.7	
	Dans les sujets			
$\mathcal{P}$	0.8	1	0.8	3.2 NS
Int. $\mathcal{XP}$	0.2	1	0.2	0.8 NS
Résid.	2	8	0.25	
Total	15.8	19		

Remarques et conclusion

Modèle basé sur l'hypothèse d'additivité des effets

Conditions théoriques d'application de la méthode :

– Normalité de la VD dans les populations parentes

– Egalité des variances dans les populations parentes

Tests permettant de vérifier que les conditions sont remplies :

– Test de normalité de Lilliefors

– Test de O'Brien sur les variances

La méthode est robuste : elle fournit des résultats corrects, même si les conditions ne sont qu'approximativement vérifiées.

Il existe également des méthodes non paramétriques : travail sur des rangs

Retour sur la corrélation

Rappel

Valeurs estimées : $\widehat{y}_i = ax_i + b$
Erreur (ou résidu) : $e_i = y_i - \widehat{y}_i$

$$s^2(Y) = s^2(\widehat{Y}) + s^2(E)$$

avec :

$$\frac{s^2(E)}{s^2(Y)} = 1 - r^2 \quad ; \quad \frac{s^2(\widehat{Y})}{s^2(Y)} = r^2$$

La plupart des logiciels de statistiques utilisent une analyse de variance pour tester la significativité du coefficient de corrélation.

Test du coefficient de corrélation à l'aide d'une analyse de variance

Source	SC	ddl	CM	F
Modèle	$ns^2(\widehat{Y})$	1	CM_1	F_{obs}
Résiduelle	$ns^2(E)$	$n-2$	CM_2	
Total	$ns^2(Y)$	$n-1$		

$F_{obs} = \dfrac{CM_1}{CM_2} = (n-2)\dfrac{r^2}{1-r^2}$ suit une loi de Fisher à 1 et $n-2$ ddl.
On retrouve : $F_{obs} = T^2_{obs}$