

Exemple :

| Mod. | Effect. | $n_i a_i$ |
|-------|---------|-----------|
| 0 | 5 | 0 |
| 1 | 18 | 18 |
| 2 | 32 | 64 |
| 3 | 29 | 87 |
| 4 | 14 | 56 |
| 5 | 2 | 10 |
| Total | 100 | 235 |

$$\mu = 2,35$$

– Cas d'une variable répartie en classes

On considère que la masse de chaque classe est concentrée au centre $c_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$ de la classe.

Exemple :

| Classes | Effect. | Centres | $n_i c_i$ |
|------------|---------|---------|-----------|
| [155, 166[| 8 | 160,5 | 1284 |
| [166, 170[| 9 | 168 | 1512 |
| [170, 172[| 7 | 171 | 1197 |
| [172, 176[| 9 | 174 | 1566 |
| [176, 190[| 7 | 183 | 1281 |
| | 40 | | 6840 |

$$\mu = \frac{6840}{40} = 171$$

Caractéristiques de dispersion

Etendue

x_1, x_2, \dots, x_n : valeurs observées d'une variable statistique numérique.

$$x_{max} = \text{Max}(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$x_{min} = \text{Min}(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

L'étendue de la variable est :

$$e = x_{max} - x_{min}$$

Quartiles

Soit une série statistique numérique de médiane M .

Premier quartile Q_1 : médiane de la série des observations strictement inférieures à M .

Deuxième quartile Q_2 : médiane M de la série complète.

Troisième quartile Q_3 : médiane de la série des observations strictement supérieures à M .

L'écart interquartile est défini par :

$$Iq = Q_3 - Q_1$$

Représentation graphique permettant de visualiser l'étendue et les quartiles : *boîte à moustaches*.

Généralisation : déciles, centiles...

Variance et écart type

Définition : La variance est la moyenne des carrés des écarts à la moyenne.

– A partir d'un tableau protocole

$$V = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}$$

– A partir d'un tableau d'effectifs

$$V = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k n_i (a_i - \mu)^2 = \sum_{i=1}^k f_i (a_i - \mu)^2$$

L'écart type est donné par : $\sigma = \sqrt{V}$.

Calcul pratique

“Moyenne des carrés moins carré de la moyenne”

$$V = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - \mu^2$$

$$V = \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^k n_i a_i^2 \right) - \mu^2$$

Remarques

Cas d'une variable répartie en classes : utiliser les centres de classes.

Unités, effet d'un changement d'origine ou d'unités.

Organisation des calculs

– Cas d'une variable discrète

| Mod. | Effect. | $n_i a_i$ | $n_i a_i^2$ |
|-------|---------|-----------|-------------|
| 0 | 5 | 0 | 0 |
| 1 | 18 | 18 | 18 |
| 2 | 32 | 64 | 128 |
| 3 | 29 | 87 | 261 |
| 4 | 14 | 56 | 224 |
| 5 | 2 | 10 | 50 |
| Total | 100 | 235 | 681 |

$$\mu = 2.35 ; V = 6.81 - 2.35^2 = 1.29 ; \sigma = 1.13$$

– Cas d'une variable répartie en classes

| Classes | Effect. | Centres | $n_i c_i$ | $n_i c_i^2$ |
|------------|---------|---------|-----------|-------------|
| [155, 166[| 8 | 160.5 | 1 284 | 206 082 |
| [166, 170[| 9 | 168 | 1 512 | 254 016 |
| [170, 172[| 7 | 171 | 1 197 | 204 687 |
| [172, 176[| 9 | 174 | 1 566 | 272 484 |
| [176, 190] | 7 | 183 | 1 281 | 234 423 |
| | 40 | | 6 840 | 1 171 692 |

$$\mu = 171$$

$$V = \frac{1171692}{40} - 171^2 = 29292.3 - 29241 = 51.3$$

$$\sigma = \sqrt{51.3} = 7,16 \text{ cm}$$