

## Comparaison de deux variances

### Exercice 6

Deux méthodes de dosage de l'azote ont été répétées, à partir d'un même échantillon, 25 fois avec la méthode A, 30 fois avec la méthode B. Les résultats sont rassemblés dans les tableaux ci-dessous.

Méthode A	
$x_i$ (en g)	$n_i$
37	1
39	2
40	2
41	4
42	7
43	4
44	2
46	2
47	1
Total	25

Méthode B	
$x_i$ (en g)	$n_i$
39	2
40	1
41	6
42	9
43	8
44	3
45	1
Total	30

- 1) Tester l'hypothèse: "les valeurs moyennes obtenues par les deux méthodes sont égales". (Autrement dit, les méthodes sont-elles exactes?)
- 2) Comparer les variances des échantillons traités avec les deux méthodes. (Autrement dit, les deux méthodes ont-elles la même précision?)

Réponses : 1) Les paramètres de statistiques descriptives sont donnés par :

	Méthode A	Méthode B
Moyenne	42.08	42.10
Variance	4.95	1.89
Variance corrigée	5.16	1.96

Le test de comparaison des deux moyennes (groupes indépendants) conduit à :  $t_{obs} = -0.04$ , évidemment non significatif aux seuils traditionnels. On ne peut donc pas refuser l'hypothèse  $H_0$  d'égalité des moyennes.

2) La statistique de test suit une loi de Fisher à  $ddl_1 = 24$  et  $ddl_2 = 29$  degrés de liberté. On obtient :  $F_{obs} = 2.63$ . Au seuil de 1% unilatéral, on a  $F_{crit} = 2.49$ . On conclut donc à une différence des variances.

### Exercice 7

Au cours de certaines expériences, on est amené à mesurer le *temps de réaction* (TR) des sujets. C'est le temps qui s'écoule entre la présentation d'un stimulus (par exemple, une lampe qui s'allume devant le sujet) et la réaction que ce stimulus doit déclencher (par exemple, presser un bouton).

*Première expérience.* — Le tableau 1 fournit les TR d'une personne qui a réagi 20 fois à l'allumage d'une lampe rouge. On constate que ces 20 TR ne sont pas égaux. Ces variations d'un moment à l'autre sont imprévisibles à partir des informations dont on dispose dans l'expérience.

*Deuxième expérience.* — Le sujet voit maintenant s'allumer devant lui une lampe qui peut être rouge, verte ou jaune. il doit réagir si la lampe est rouge, mais ne doit pas

réagir dans les deux autres cas. Le tableau 1 fournit 20 TR mesurés dans ces conditions. On observe de nouveau des variations imprévisibles d'un moment à l'autre.

*Troisième expérience.* — Les conditions sont les mêmes que dans la première expérience (une seule lampe) avec une seule différence : au lieu d'être rouge, la lampe donnant le signal de la réaction est verte. La troisième ligne du tableau donne les résultats. Les temps sont de nouveau différents entre eux.

Numéro d'ordre des 20 présentations	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1ère expérience	20	15	18	25	17	32	18	17	19	23
2è expérience	32	40	33	37	35	29	42	62	50	39
3è expérience	16	18	19	18	15	18	17	32	23	19

Numéro d'ordre des 20 présentations	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1ère expérience	19	21	15	22	17	17	21	19	17	23
2è expérience	45	47	52	37	38	39	40	41	42	39
3è expérience	23	20	18	25	15	15	17	23	17	19

La dispersion des TR est-elle la même dans chacune des trois conditions expérimentales? Pour répondre à cette question, comparer deux à deux les variances des trois séries de données.

*Réponses :* Les variances des trois séries sont données par :

	Variance	Variance corrigée
<i>1ère expérience</i>	<i>14.89</i>	<i>15.67</i>
<i>2è expérience</i>	<i>53.85</i>	<i>56.68</i>
<i>3è expérience</i>	<i>16.23</i>	<i>17,08</i>

Pour  $ddl_1 = 19$  et  $ddl_2 = 19$  et un seuil de 5%, on a :  $F_{crit} = 3.00$ . Ici,  $F_{2,1,obs} = 3.61$ ,  $F_{2,3,obs} = 3.31$ ,  $F_{3,1,obs} = 1.09$ . Pour les expériences 1 et 3, l'hypothèse nulle (même variance) peut être retenue. En revanche, l'expérience 2 conduit à une variance différente de celles des deux autres.

### Exercice 8 Dossier "pedago"

Lors d'une expérience pédagogique, on s'intéresse à l'effet comparé de deux pédagogies des mathématiques chez deux groupes de 10 sujets :

- pédagogie traditionnelle ( $p_1$ )
- pédagogie moderne ( $p_2$ )

On note la performance à une épreuve de combinatoire.

$p_1$ traditionnelle		$p_2$ moderne	
s1	5.0	s11	4.0
s2	4.0	s12	5.5
s3	1.5	s13	4.5
s4	6.0	s14	6.5
s5	3.0	s15	4.5
s6	3.5	s16	5.5
s7	3.0	s17	1.0
s8	2.5	s18	2.0
s9	1.5	s19	4.5
s10	2.5	s20	4.5

1) Vérifier que les paramètres des deux échantillons sont donnés par:

	$p_1$	$p_2$
Moyenne	3.250	4.250
Ecart-type	1.365	1.553
Variance	1.863	2.413
Ecart-type corrigé	1.439	1.637
Variance corrigée	2.069	2.681

2) Avant d'appliquer un test de comparaison de moyennes, on veut s'assurer que l'on peut supposer les variances égales dans les populations parentes. Procéder à un test de comparaison de variances permettant de s'en assurer.

Réponses: 2) On obtient  $F_{obs} = 1.30$ . Or, pour  $ddl_1 = 9$ ,  $ddl_2 = 9$  et un seuil de 5%, on lit dans la table:  $F_{crit} = 3.18$ . L'hypothèse  $H_0$  (égalité des variances) est donc retenue.

### Exercice 9

1) Pour  $ddl_1 = 2$ ,  $ddl_2 = 4$ , la densité  $f$  de la loi de Fisher-Snedecor est donnée, pour  $x \geq 0$  par:

$$f(x) = \frac{8}{(2+x)^3}$$

Construire point par point la courbe de la fonction  $f$ .

2) Pour  $ddl_1 = 4$ ,  $ddl_2 = 4$ , la densité  $g$  de la loi de Fisher-Snedecor est donnée pour  $x \geq 0$  par:

$$g(x) = \frac{6x}{(1+x)^4}$$

Construire point par point la courbe de la fonction  $g$ .

## Analyse de la variance à un facteur (ANOVA) : comparaison de $k$ moyennes sur des groupes indépendants

### Exercice 10

Un éditeur veut choisir entre trois couvertures possibles pour une revue. A cet effet, il a fait noter chaque couverture par un groupe de 5 sujets. Les trois groupes ainsi constitués sont indépendants. Les notes obtenues sont les suivantes:

Couv. 1	Couv. 2	Couv. 3
14	16	14
6	14	16
12	8	14
10	8	14
8	14	12

Le test indique-t-il une différence significative entre les trois couvertures?

Réponses : Exercice traité en CM. Rappel des résultats.

Calcul des sommes de carrés :

	C1	C2	C3	Total
$T_{.j}$	50	60	70	180
$T_{.j}^2$	2500	3600	4900	
$n_j$	5	5	5	15
$\frac{T_{.j}^2}{n_j}$	500	720	980	2200
$\sum x_{ij}^2$	540	776	988	2304

$$SC_1 = 2200 - \frac{180^2}{15} = 40 ; SC_2 = 2304 - 2200 = 104 ; SC_T = 144$$

Source	SC	ddl	CM	F
$\mathcal{A}$	40	2	20	$F_{obs} = 2.31$
Résiduelle	104	12	8.67	
Total	144	14		

Au seuil de 5%,  $F_{crit}(2, 12) = 5.10$ . La différence entre les groupes n'est donc pas significative.

Complément : Modèle de score. Chaque observation  $x_{ij}$  peut s'interpréter comme la somme de trois termes :

$$x_{ij} = \mu + a_j + e_{ij}$$

avec les règles suivantes :

- $\mu$  est la moyenne de la variable  $X$  étudiée (la même, quel que soit l'individu ou le groupe) ;
- $a_j$  est un effet dû au groupe (le même pour tous les individus d'un groupe), nul en moyenne ;
- $e_{ij}$  est une variation due au hasard, spécifique à chaque observation, de moyenne nulle dans chaque groupe.

Sur l'exemple traité, cette décomposition s'écrit :

$$\begin{pmatrix} 14 & 16 & 14 \\ 6 & 14 & 16 \\ 12 & 8 & 14 \\ 10 & 8 & 14 \\ 8 & 14 & 14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 12 & 12 \\ 12 & 12 & 12 \\ 12 & 12 & 12 \\ 12 & 12 & 12 \\ 12 & 12 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 4 & 0 \\ -4 & 2 & 2 \\ 2 & -4 & 0 \\ 0 & -4 & 0 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

Les sommes des carrés inter-groupes et intra-groupes se retrouvent alors comme sommes des carrés des éléments des deux dernières matrices (par exemple :  $40 = 5 \times (-2)^2 + 5 \times 2^2$ ).

**Exercice 11**

Dans un établissement scolaire, on a réparti les élèves en trois classes de troisième; les notes ci-dessous sont celles obtenues par les élèves en mathématiques au Brevet des Collèges. Peut-on dire que ces trois classes sont équivalentes? Si oui, quelles seraient les caractéristiques de la population résultant de la fusion des trois groupes?

G1	G2	G3
14	8	7
15	18	8
20	3	11
7	12	11
8	15	20
13	8	14
10	7	13
1	11	13
12	8	10
16	14	12
17	14	12
17	9	13
11	9	12
6	9	14
16	10	8

G1	G2	G3
8	14	13
10	15	12
11	14	8
11	13	8
7	10	11
10	12	15
11	10	8
12	12	14
11	12	16
8	11	13
	10	12
	10	15
	10	
	12	

Vérifier l'exactitude des tableaux ci-dessous et conclure.

	G1	G2	G3	Totaux	
$n_j$	25	29	27	81	
$T_j$	282	320	323	925	10563,27
$\Sigma x_{ij}^2$	3600	3694	4091	11385	
$T_j^2/n_j$	3180,96	3531,03	3864,04	10576,03	
Inter	12,76				
Total	821,73				

Sources de variations	Sommes des carrés	DDL	Carrés moyens	F
Inter	12,76	2	6,38	0,62
Intra	808,97	78	10,37	
Total	821,73	80		

Réponses: Au seuil de 5%,  $F_{crit}(2,78) = 3.1$ . La différence entre les groupes n'est donc pas significative. De plus, l'obtention d'un  $F_{obs}$  inférieur à 1 semblerait indiquer (sans pour autant le montrer) que les classes n'ont pas été constituées au hasard, mais qu'elles ont, au contraire, été rendues artificiellement homogènes : on a composé les trois classes de façon qu'elles soient de niveau équivalent.

**Exercice 12**

Reprendre les données de l'exercice 8 (dossier pedago). Comparer les moyennes des deux groupes à l'aide d'une analyse de variance. Comparer les résultats avec ceux obtenus au premier semestre, à l'aide de la statistique T.

Réponses:

Les calculs intermédiaires sont résumés dans le tableau suivant :

	<i>Péda1</i>	<i>Péda2</i>	<i>Totaux</i>	
$n_j$	10	10	20	
$T_j$	32.5	42.5	75	281.25
$\Sigma x_{ij}^2$	124.25	204.75	329	
$T_j^2/n_j$	105.625	180.625	286.25	
<i>Inter</i>	5.00			
<i>Total</i>	47.75			

Le tableau d'analyse de variance est donc :

<i>Sources de variation</i>	<i>Sommes des carrés</i>	<i>DDL</i>	<i>Carrés moyens</i>	<i>F</i>
<i>Inter</i>	5,0	1	5,0	2,11
<i>Intra</i>	42,75	18	2,375	
<i>Total</i>	47,75	19		

Au seuil de 5%,  $F_{crit}(1,18) = 4.41$ . Hypothèse  $H_1$  rejetée.

Comparaison possible avec l'exercice vu au premier semestre :  $t_{obs}^2 = (-1.45)^2 = 2.10$ , c'est-à-dire la valeur de  $F$ .

**Enoncé 13** *Données Bransfor*

On reprend une expérience de Bransford et al. (1972), dans laquelle on demande à des sujets d'écouter le texte suivant:

“Si les ballons éclatent, le son ne portera pas puisque tout sera bien trop loin du bon étage. Une fenêtre fermée empêchera également le son de porter, surtout depuis que les immeubles récents sont correctement isolés. Comme l'essentiel de l'opération dépend d'une arrivée correcte d'électricité, un fil cassé causerait bien des problèmes. Evidemment, le type peut hurler. Mais la voix humaine n'est pas assez puissante pour porter bien loin. Un problème supplémentaire serait qu'une corde casse sur l'instrument. Alors il serait impossible d'accompagner le message. C'est clair que la meilleure situation impliquerait la plus petite distance. Alors, il y aurait bien moins de problèmes potentiels. Avec un contact en face à face, un bien petit nombre de choses pourrait gêner.”

Le but visé par Bransford *et al.* est de montrer l'importance du contexte dans la compréhension et la mémorisation d'un texte. Pour ce faire, ils utilisent quatre groupes expérimentaux:

1. Un groupe "sans contexte" entend simplement le texte.
2. Le groupe "avec contexte avant" regarde une figure suggérant un contexte approprié pendant qu'il entend le texte.
3. Le groupe "avec contexte après" entend le texte puis regarde la figure précédente.
4. Le groupe "avec contexte partiel" regarde une figure suggérant un contexte inapproprié pendant qu'il entend le texte.

À proprement parler cette étude comprend un groupe expérimental (le groupe 2: contexte pendant) et trois groupes contrôles (les groupes 1, 3 et 4). Les groupes contrôles doivent permettre d'éliminer des explications concurrentes (en particulier, effet facilitateur sur la mémoire de l'imagerie, de l'aspect concret du matériel, etc.). L'expérimentateur s'attend, donc, à observer une performance pour le groupe 2 supérieure aux trois autres groupes. Il choisit de mesurer le comportement des sujets par deux Variables Dépendantes: une note de compréhension donnée par les sujets (de 0 à 7, avec 0 indiquant l'incompréhension totale), et le nombre d'idées correctement rappelées (Bransford découpe le texte en 14 idées, essayez de les retrouver!). Quoique cette dernière Variable Dépendante soulève de délicats problèmes de codage (e.g., à partir de quel moment une idée est présente...), elle reflète clairement l'intérêt des auteurs de cette expérimentation.

Dans cette expérience, on utilise vingt sujets répartis en quatre groupes. Les résultats, pour la Variable Dépendante "nombre d'idées rappelées" (maximum 14) se trouvent ci-dessous (mais avant, faites ce que doit faire un bon expérimentateur: prenez une feuille et détaillez les cinq premières étapes du test statistique avant de partir à la pêche aux résultats):

Résultats de l'expérience				
	G.1	G.2	G.3	G.4
	3	5	2	5
	3	9	4	4
	2	8	5	3
	4	4	4	5
	3	9	1	4
$T_j$	15	35	16	21
$n_j$	5	5	5	5
$\frac{T_j}{n_j}$	3	7	3.2	4.2
$\sum x_{ij}^2$	47	267	62	91

Justifiez les calculs et le tableau d'ANOVA suivants :

Table d'ANOVA:

Source	ddl	$SC$	$CM$	$F_{cal}$	$Pr(F > F_{cal})$
$\mathcal{A}$	3	50.95	16.98	7.22 **	.00288
$\mathcal{S}(\mathcal{A})$	16	37.60	2.35		
Total	19	88.55			

Si on utilise la procédure des valeurs critiques:

\*\*  $F_{critique} = 5.29$ , au seuil  $\alpha = .01$ ;  $F_{cal} > F_{critique}$ . On rejette  $H_0$ .

Les cinq étapes du test sont évidemment :

1. Formulation des hypothèses statistiques  $H_0$  et  $H_1$ . Ici :  
 $H_0$  : dans les 4 conditions, les moyennes dans la population parente sont égales  
 $H_1$  : les 4 moyennes ne sont pas toutes égales.
2. Choix du test : ici, une analyse de variance à un facteur. Statistique :  $F$ .
3. Distribution de la statistique de test : ici, le  $F$  de Fisher Snedecor avec  $ddl_1 = 3$  (nombre de groupes - 1) et  $ddl_2 = 16$  (nombre d'observations - nombre de groupes).
4. Seuil de signification choisi : ici,  $\alpha = 1\%$ .
5. Règle de décision : détermination des zones d'acceptation et de rejet de  $H_0$ . Ici, :  
 - Si  $F_{cal} \leq 5.29$ , on accepte  $H_0$  (égalité des moyennes)  
 - Si  $F_{cal} > 5.29$ , on refuse  $H_0$  et on accepte  $H_1$ .

L'étude pourrait être poursuivie à l'aide de la méthode des contrastes orthogonaux (que nous ne détaillerons pas).

La première étape consiste opposer le groupe 2 aux trois autres groupes en testant l'hypothèse nulle :  $3\mu_2 = \mu_1 + \mu_3 + \mu_4$ . On calcule :  $L_1 = 3\bar{x}_2 - \bar{x}_1 - \bar{x}_3 - \bar{x}_4 = 10.6$  ;  
 $\sum a_j^2 = 3^2 + (-1)^2 + (-1)^2 + (-1)^2 = 12$  ;  $SC_{contraste1} = \frac{nL^2}{\sum a_j^2} = 46.81$

Dans la formule précédente,  $n$  est le nombre d'observations par groupe. Ici,  $n = 5$ . Le  $F$  de Fisher associé à ce contraste est obtenu en divisant  $SC_{contraste1}$  par le carré moyen résiduel 2.35 ; il vaut 19.92. Les degrés de liberté sont 1 et 16. Le résultat est donc significatif d'un comportement du groupe 2 différent de celui des autres groupes.

La méthode peut être poursuivie en opposant le groupe 4 aux groupes 1 et 3 (coefficients appliqués aux quatre moyennes : 1, 0, 1, -2) puis en opposant les groupes 1 et 3 (coefficients appliqués : 1, 0, -1, 0).

Pourquoi s'agit-il de contrastes orthogonaux ?

Réponse : Les "vecteurs" associés aux coefficients des trois contrastes, à savoir  $V_1 = (-1, 3, -1, -1)$ ,  $V_2 = (1, 0, 1, -2)$ ,  $V_3 = (1, 0, -1, 0)$  sont deux à deux orthogonaux (par exemple,  $V_1 \cdot V_2 = -1 \times 1 + 3 \times 0 + (-1) \times 1 + (-1) \times (-2) = 0$ ), ce qui garantit l'indépendance des résultats des trois tests.

Une autre grandeur intéressante est le coefficient (souvent noté  $\eta^2$ ) d'estimation de l'intensité de l'effet de la variable indépendante. Dans le cas d'une analyse de variance à un facteur, il est défini par :

$$\eta^2 = \frac{SC_{inter}}{SC_{total}}$$

Il vaut donc ici :  $\eta^2 = 0.58 = 58\%$ .

Signification : 58% de la variance de la Variable Dépendante est expliquée par la Variable Indépendante (les différentes conditions expérimentales).

$\eta^2$  est aussi le carré d'un coefficient de corrélation. peut en effet être obtenu comme coefficient de la corrélation entre l'ensemble des données observées d'une part, et la série de données obtenue en remplaçant chaque observation par la moyenne de son groupe



d'autre part. Sur notre exemple, soit  $U$  la série des données observées et  $V$  la série des données du modèle ainsi obtenu.

$u_i$	3	3	2	4	3	5	9	8	4	9	2	4	5	4	1	5	4	3	5	4
$v_i$	3	3	3	3	3	7	7	7	7	7	3.2	3.2	3.2	3.2	3.2	4.2	4.2	4.2	4.2	4.2

On obtient :  $r(U, V) = 0.7585$  et  $r^2(U, V) = 0.575$ .

#### Énoncé 14 Données Loftus

Elisabeth Loftus (Loftus et Palmer 1974) – dans une série d'expérimentations sur le thème du témoignage – désire mettre en évidence l'influence de la tournure d'une question sur la réponse de témoins. Pour ce faire, elle montre à ses sujets, un film décrivant un accident de voiture. Elle pose, ensuite, une série de questions aux sujets. Parmi celles-ci se trouve une des cinq versions d'une question relative à la vitesse des véhicules. Voici ces versions:

- 1) **HIT:** About how fast were the cars going when they *hit* each other? (A environ quelle vitesse allaient les voitures quand elles se sont "percutées").
- 2) **SMASH:** About how fast were the cars going when they *smashed* each other? (To smash : écraser, heurter avec violence).
- 3) **COLLIDE:** About how fast were the cars going when they *collided* each other? (To collide: entrer en collision, s'emboutir).
- 4) **BUMP:** About how fast were the cars going when they *bumped* each other? (To bump: cogner, frapper).
- 5) **CONTACT:** About how fast were the cars going when they *contacted* each other? (To contact: entrer en contact).

Les sujets répondaient en indiquant une vitesse exprimée en miles (nous sommes aux U.S.A). Voici les résultats obtenus (lors d'une réplique de l'expérience):

	HIT	SMASH	COLLIDE	BUMP	CONTACT
	22	38	43	47	27
	29	40	39	29	24
	33	50	32	58	46
	50	45	44	34	37
	19	48	29	36	31
	37	56	44	43	37
	33	52	45	25	34
	43	47	33	58	18
	40	39	48	24	28
	34	40	37	31	26

Après avoir identifié les variables dépendante(s) et indépendante(s), vous tirerez les conclusions de cette expérimentation.

Pour vous aider voici quelques statistiques pour chaque groupe:

	$T_j$	$T_j/n_j$	$T_j^2/n_j$	$\Sigma_j x_{ij}^2$
Gr. 1	340	34.0	11560	12338
Gr. 2	455	45.5	20702.5	21043
Gr. 3	394	39.4	15523.6	15894
Gr. 4	385	38.5	14822.5	16241
Gr. 5	308	30.8	9486.4	10060
Total	1882		72095	75576

La Variable Dépendante est évidemment la vitesse exprimée en miles. La Variable Indépendante est le type de verbe utilisé pour poser la question sur la vitesse des voitures. Manifestement, E. Loftus veut montrer que les “sous-entendus” des verbes sont pris en compte par les sujets dans leur décision sur la vitesse (e.g., les sujets utilisent la signification implicite des verbes comme une source d’information). Le point d’importance dans cette expérience est de remarquer que E. Loftus désire généraliser ses résultats à l’ensemble des verbes signifiant quelque chose comme “entrer en contact”. Quoiqu’elle n’ait pas, à proprement parler, sélectionné ses verbes au hasard, elle les juge représentatifs de l’ensemble des verbes de mouvement. Le problème ici est de décider si le facteur expérimental est fixé ou aléatoire. Si l’on admet que les verbes choisis par Loftus représentent un échantillon représentatif, on décidera que le facteur est aléatoire (cf. La polémique initiée par Clark 1973). Si l’on juge que les modalités sont choisies en fait arbitrairement, on décidera que le facteur est fixé, et les conclusions de l’étude se restreignent aux modalités effectivement présentes dans l’expérimentation. Quelle que soit la décision prise, elle sera critiquable.

Ici, le distinguo entre facteur fixé et aléatoire peut paraître sans importance car la décision (rejet ou non de l’hypothèse nulle) sera identique dans les deux cas. *Ce ne sera plus le cas dans des plans d’expérience plus complexes.* En fait, l’essentiel de l’argument de Clark (1973) est de montrer qu’une partie des recherches utilisant du matériel linguistique aboutit à des conclusions SCIENTIFIQUES erronées du fait de la confusion entre facteurs fixés et aléatoires (cf. aussi les réponses de Wike et Church 1976). Clark défend l’idée qu’une partie des conclusions de la psychologie du langage est invalide pour avoir cru que des facteurs aléatoires étaient fixes. A cette attaque répond Chastaing (1986) qui démontre méthodologiquement qu’une autre partie de la psychologie du langage est invalide d’avoir cru que des facteurs fixes étaient aléatoires!

Dans le cas présent, le choix entre les deux modèles n’a pas d’influence sur les résultats de l’analyse statistique: on aboutit à des conclusions statistiques identiques (mais pas à des interprétations psychologiques identiques!). L’analyse de variance permet de conclure en tout cas à un effet sur la vitesse estimée, du type le verbe utilisé pour poser la question. On obtient le tableau d’analyse de variance suivant :

Source	ddl	SC	CM	$F_{cal}$	$Pr(F > F_{cal})$
Expérimentale	4	1256.52	314.13	4.06 **	.0069
Erreur	45	3481.00	77.36		
Total	49	4737.52			

Ainsi, le type de verbe employé pour interroger les sujets sur la vitesse des véhicules, influence l’estimation qu’ils donnent ( $F_{cal}(4,45) = 4.06$ ,  $p < .05$ ). On remarque la vitesse élevée induite par *to smash*. Nous pourrions poursuivre cet exemple en essayant d’apprécier les différences entre ces différents verbes les uns par rapport aux autres).

**Enoncé 15** *Données Besançon*

On fait subir à 30 élèves d'une école de Besançon une épreuve de "précision perceptive" qui consiste à évaluer un nombre de points sur une diapositive projetée pendant un temps relativement court (une demi-seconde). Les auteurs de cette expérience pensent que la présence d'un témoin peut influencer la performance des sujets dans cette tâche perceptive. Pour vérifier cette idée, les expérimentateurs divisent leur échantillon en trois groupes – chaque enfant étant affecté à un groupe en utilisant une "table de nombres au hasard". Dans le premier groupe (A1) l'expérience est effectuée sans témoin; dans le second groupe (A2) l'enfant accomplit sa tâche en compagnie d'un témoin présenté par l'expérimentateur comme un spécialiste; dans le troisième groupe (A3), le témoin est présenté comme un simple curieux. On répète – pour chaque sujet – vingt-cinq fois l'expérience. Et l'on retient pour chaque sujet la moyenne des écarts absolus (i.e. en ignorant le signe) entre l'estimation fournie et le nombre exact de points.

Les expérimentateurs s'attendent à trouver des différences entre les trois conditions expérimentales; mais, plus précisément, entre la condition "sans témoin" et la condition "témoin simple curieux" (cette différence leur permettrait de contredire un de leurs collègues qui avançait dans une expérience voisine que le témoin n'agissait que parce que les enfants le jugeait spécialiste). Les auteurs veulent, également vérifier l'existence d'un effet spécifique à la condition "témoin spécialiste".

Questions:

Pourquoi les expérimentateurs décident-ils de prendre l'écart absolu et non pas – par exemple – l'écart relatif. Tout de même, pourquoi retiennent-ils la moyenne des vingt-cinq essais, plutôt qu'un seul essai?

Quelle est la (les) variable(s) indépendante(s), la (les) variable(s) dépendante(s)?

Après avoir traduit en termes statistiques les objectifs des expérimentateurs, peut-on penser que ces objectifs sont atteints? Voici les résultats obtenus:

Condition A1	140	124	118	115	110	110	108	104	102	90
Condition A2	170	164	161	158	156	148	143	140	130	126
Condition A3	136	120	112	104	102	96	92	84	81	75

*Eléments de réponses. Calculs intermédiaires :*

	A1	A2	A3	Totaux	
$n_j$	10	10	10	30	
$T_j$	1121	1496	1002	3619	436572.03
$\sum x_{ij}^2$	127303	225746	103582	456637	
$T_j^2/n_j$	125664.1	223801.6	100400.4	449866.1	
Inter	13294.07				
Total	20064.97				

*Le tableau d'analyse de variance est donné par :*

Source	ddl	SC	CM	$F_{cal}$
Inter-groupes	2	13294.1	6647.03	26.51 **
Intra-groupes	27	6770.9	250.77	
Total	29	20065		

Les trois groupes ne sont donc pas équivalents. La méthode peut être poursuivie en décomposant la variation intra-groupes selon les deux contrastes orthogonaux suggérés par l'énoncé :

$$L_1 = \bar{x}_1 - \bar{x}_3 = 11.9$$

$$L_2 = 2\bar{x}_2 - \bar{x}_1 - \bar{x}_3 = 86.9$$

On obtient alors :

$$SC_{\text{contraste1}} = 708.05; F = 2.82; Pr(F) = 0.10$$

$$SC_{\text{contraste2}} = 12586.02; F = 50.19; Pr(F) = 1.3 \times 10^{-7}$$

L'expérience ne met donc pas de différence en évidence entre les conditions "sans témoins" et "témoin simple curieux" mais par contre, montre un comportement différent dans la condition "témoin spécialiste".

### Énoncé 16

Un chercheur a soumis quatre groupes de cinq élèves à un apprentissage de "résolutions de problèmes mathématiques". Chaque groupe apprend avec une méthode pédagogique propre: le premier avec une méthode uniquement verbale, le second avec une méthode écrite, le troisième avec un schéma annoté, le quatrième avec une série de schémas annotés. L'apprentissage dure une heure pour chaque groupe, et le même contenu est présent. Deux jours après l'apprentissage, les sujets sont soumis à un test de raisonnement mathématique. Ce test provient des travaux d'autres chercheurs qui ont étalonné ce test sur une population comparable à celle dont provient l'échantillon d'enfants utilisé ici; le résultat de ce test est une note (de 0 à 35: plus la note est élevée, meilleur est le résultat).

Quelle est la Variable Indépendante, la Variable Dépendante? Comment l'expérimentateur traitera-t-il les résultats de son expérience (souvenez-vous qu'il faut pouvoir répondre à cette question avant de recueillir les résultats!)?

En outre, l'auteur a mis au point cette expérience pour vérifier certaines hypothèses précises:

1. La méthode verbale diffère-t-elle de l'ensemble des autres méthodes
2. La méthode écrite diffère-t-elle des méthodes avec schémas (un ou plusieurs)?
3. Le nombre de schémas a-t-il une influence décelable sur la performance?

L'auteur peut-il répondre simultanément à ces différentes questions, et quelles seront les réponses? Interprétez — en vous justifiant — les résultats obtenus et concluez.

Voici les résultats :

GROUPE EXPÉRIMENTAL			
A1	A2	A3	A4
6	14	22	23
13	10	11	19
16	14	19	25
14	19	19	24
14	25	23	25

Éléments de réponses. Calculs intermédiaires :

	A1	A2	A3	A4	Totaux	
$n_j$	5	5	5	5	20	
$T_j$	63	82	94	116	355	6301.25
$\Sigma x_{ij}^2$	853	1478	1856	2716	6903	
$T_j^2/n_j$	793.8	1344.8	1767.2	2691.2	6597	
Inter					295.75	
Total					601.75	

Le tableau d'analyse de variance est donné par :

Source	ddl	SC	CM	$F_{cal}$	$Pr(F > F_{cal})$
Inter-groupes	3	295.75	98.58	5.15	0.011
Intra-groupes	16	306	19.125		
Total	19	601.75			

La méthode peut être poursuivie en décomposant la variation inter-groupes selon les trois contrastes orthogonaux suggérés par l'énoncé :

$$L_1 = 3\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - \bar{x}_3 - \bar{x}_4 = -20.6$$

$$L_2 = 2\bar{x}_2 - \bar{x}_3 - \bar{x}_4 = -9.2$$

$$L_3 = \bar{x}_3 - \bar{x}_4 = -4.4$$

On obtient alors :

$$SC_{contraste1} = 176.82; F = 9.24; Pr(F) = 0.0067$$

$$SC_{contraste2} = 70.53; F = 3.69; Pr(F) = 0.07$$

$$SC_{contraste3} = 48.40; F = 2.53; Pr(F) = 0.13$$

### Exercice 17

Ci-dessous figure un extrait d'un ouvrage de statistiques relatif à un test statistique qui n'a pas été étudié en cours, le test  $H$  de Kruskal et Wallis.

Liaison entre un caractère quantitatif et un caractère qualitatif à  $k$  classes ( $k > 2$ ).

C'est le problème appelé, dans les chapitres précédents, "comparaison de plusieurs moyennes" et traité par analyse de variance. Le test non paramétrique correspondant le plus usuel est le test  $H$  de Kruskal et Wallis.

On classe les observations de l'ensemble des  $k$  séries, comme on le faisait pour les deux séries dans les tests précédents, puis on calcule les rangs moyens  $\bar{W}_1, \bar{W}_2, \dots, \bar{W}_k$  et le rang moyen  $\bar{W}$ , ce dernier valant  $\frac{N+1}{2}$  si  $N$  représente le nombre total d'observations.

Dans l'hypothèse nulle,  $\bar{W}_1, \bar{W}_2, \dots, \bar{W}_k$  ne doivent pas trop s'écarter de  $\bar{W}$ , de sorte que les quantités  $(\bar{W}_i - \bar{W})^2$  ne doivent pas être trop grandes. On montre que, sous l'hypothèse nulle, la statistique :

$$H = \frac{1}{N} \frac{\sum n_i (\bar{W}_i - \bar{W})^2}{(N+1)/12}$$

suit approximativement une loi du  $\chi^2$  à  $k - 1$  degrés de liberté.

Dans cette expression, les  $n_i$  désignent les effectifs des diverses séries. L'approximation n'est valable que s'ils atteignent tous la dizaine, à la rigueur 5.

- 1) Dans quelles situations ce test doit-il être préféré à une analyse de variance?  
 2) *Première application.* Une variable  $\mathcal{A}$  comporte trois modalités  $a_1, a_2, a_3$ . Pour chaque modalité, on dispose de 2 ou 3 observations d'une variable numérique. Ces observations sont rassemblées dans le tableau ci-dessous.

$a_1$	$a_2$	$a_3$
14	12	14
16	15	18
13		14

Construire sur cet exemple le protocole des rangs ( $W_i$ ) et calculer les rangs moyens et la statistique  $H$ . (Vu le faible nombre d'observations, on s'abstiendra ici d'effectuer le test).

- 3) *Deuxième application.* Afin de constituer un groupe suffisamment important en vue d'une recherche, un chercheur teste 3 groupes de 10 sujets. Les rangs moyens observés sur les trois groupes sont les suivants :

$$\bar{W}_1 = 9,8 ; \bar{W}_2 = 24,05 ; \bar{W}_3 = 12,65.$$

Peut-on considérer que les trois groupes testés sont issus d'une même population?

*Réponses :* 1) *Un test non paramétrique doit être préféré lorsque la variable est ordinale, ou lorsque l'on ne peut pas faire d'hypothèse concernant la normalité des distributions dans les populations parentes.*

2) *Le protocole des rangs est donné par :*

$a_1$	$a_2$	$a_3$
4	1	4
7	6	8
2		4
4.33	3.5	5.33

Dans ce cas,  $\bar{W} = \frac{36}{8}$  ;  $H = \frac{1}{8} \frac{3(4.33-4.5)^2 + 2(3.5-4.5)^2 + 3(5.33-4.5)^2}{9/12} = 0.6944$

3) Dans ce cas,  $H_{obs} = 14.67$ ,  $ddl = 2$  et, au seuil de 1%,  $\chi_c^2 = 9.21$ . On conclut donc à l'hétérogénéité des groupes.

## Plans d'expériences, interactions

### Enoncé 18

Déterminez VI et VD dans les hypothèses suivantes :

- a) Un individu est d'autant plus attaché à une opinion qu'il s'est davantage engagé à la défendre.
- b) Le degré de violence d'un événement modifie sa mémorisation.
- c) Je l'aime plus qu'hier et bien moins que demain.
- d) Les individus agressifs assurent plus souvent le leadership dans un groupe, mais ils en satisfont moins les membres que les leaders non agressifs.
- e) On retient plus facilement un matériel significatif qu'un matériel dépourvu de sens.
- f) C'est dans les vieux pots que l'on fait les meilleures confitures.
- g) On restitue d'autant mieux une information que celle-ci est rappelée dans le même contexte que celui où elle a été apprise.
- h) Les aînés sont plus anxieux que les puînés.
- i) L'influence d'un discours est d'autant plus importante que l'orateur possède du prestige.
- j) Le nombre de conversations au cours d'un repas dépend étroitement de la disposition des individus autour de la table.

*Indications de réponses :* a) VI = intensité de l'engagement, VD = une mesure numérique liée à l'attachement à l'opinion.

b) VI = degré de violence d'un événement, VD = mesure numérique liée à la mémorisation de l'événement.

c) VI = Date, VD = mesure du degré d'amour.

d) Ici, deux hypothèses combinées :

VI = agressivité, VD liée à la prise de leadership

VI = agressivité, VD = mesure de la satisfaction des membres du groupe.

e) VI = significativité du matériel, VD = évaluation numérique de la performance mnésique.

f) VI = âge du pot, VD = mesure de la qualité de la confiture.

g) VI1 = contexte d'apprentissage, VI2 = contexte de rappel (ou lien (même / différent) entre contexte de rappel et contexte d'apprentissage), VD = évaluation numérique de la performance mnésique.

h) VI = rang de naissance, VD = mesure de l'anxiété.

i) VI = prestige de l'orateur, VD = mesure du degré d'influence.

j) VI = disposition autour de la table, VD = nombre de conversations.

### Enoncé 19 Données Schizo

Dans une série d'expériences destinées à éclaircir la notion de "maladie mentale" on soumet des sujets diagnostiqués comme schizophrènes et des sujets normaux à une épreuve de "formation de concept". Tous les sujets retenus pour participer à l'expérience doivent posséder un Q.I. compris entre 100 et 105. Pourquoi ?

On compte pour chaque sujet le nombre d'essais nécessaires pour arriver à former un nouveau concept.

Dans cette expérience on utilise deux ensembles de stimuli: Le premier contient des images illustrant l'approbation sociale, le second des images illustrant la désapprobation sociale. L'auteur de cette expérience émet les prédictions suivantes (qui découlent de certaines théories de la personnalité et des performances intellectuelles):

- a) Les sujets normaux devront arriver plus rapidement que les schizophrènes à accomplir l'épreuve et ce, indépendamment de la nature des images ;

- b) Les sujets normaux ne seront pas influencés par la nature des stimuli;  
 c) Les schizophrènes devront réussir moins facilement les épreuves comportant des images exprimant la désapprobation sociale que les épreuves décrivant l'approbation sociale.  
 Quel est le plan d'expérience utilisé? Les prédictions du chercheur se traduisent par des prédictions sur les hypothèses statistiques, lesquelles?

*Éléments de réponses: Facteurs: sujet  $\mathcal{S}$ , maladie  $\mathcal{M}_2$ , nature des images  $\mathcal{I}_2$ . L'effet du facteur  $QI$  a été éliminé par le choix initial des sujets. Plan:  $\mathcal{S} < \mathcal{M}_2 > * \mathcal{I}_2$ . La combinaison des hypothèses a) et c) se traduit par une interaction: les sujets réussiront moins facilement que les sujets normaux, mais cette différence sera plus marquée dans la condition  $i_2$  que dans la condition  $i_1$ .*

### Enoncé 20

Une expérience a été menée en utilisant un plan de la forme  $\mathcal{S}_8 < \mathcal{A}_3 * \mathcal{B}_2 > * \mathcal{C}_4$ .

Combien de groupes indépendants de sujets a-t-on constitué?

Combien de sujets différents ont été utilisés pour cette expérience?

Combien d'observations différentes d'un même sujet a-t-on effectué?

*Réponses: Les sujets sont emboîtés dans  $< \mathcal{A}_3 * \mathcal{B}_2 >$ . On a 6 combinaisons de modalités et donc 6 groupes de sujets.*

*L'indice dans  $\mathcal{S}_8 < \mathcal{A} * \mathcal{B} >$  montre qu'il y a 8 sujets dans chaque groupe, soit en tout:  $6 \times 8 = 48$  sujets.*

*Les sujets sont croisés avec  $\mathcal{C}_4$ , on a donc fait 4 observations de chaque sujet.*

### Enoncé 21

Dans une tâche de dénomination de figures géométriques, l'auteur étudie l'évolution du temps de réaction verbale en fonction de la discriminabilité des figures.

Dans un premier temps, on présente aux sujets une série de figures. Pour la moitié d'entre eux, la série est constituée de 2 figures, pour l'autre moitié, de 4 figures. Dans chacun des cas, la série est constituée soit de figures facilement discriminables (triangle, carré,...) soit de figures plus complexes (octogone, décagone...).

Dans un deuxième temps, on demande à chaque sujet de nommer une figure tirée au hasard dans la série précédente et on mesure le temps de réaction verbale du sujet.

48 sujets répartis en 4 groupes de 12 ont participé à l'expérience.

Les moyennes des temps de réaction mesurés en millisecondes observés sur chacun des quatre groupes sont indiqués dans le tableau suivant:

Incertitude	Discriminabilité	
	Forte	Faible
2 figures	460	510
4 figures	559	864

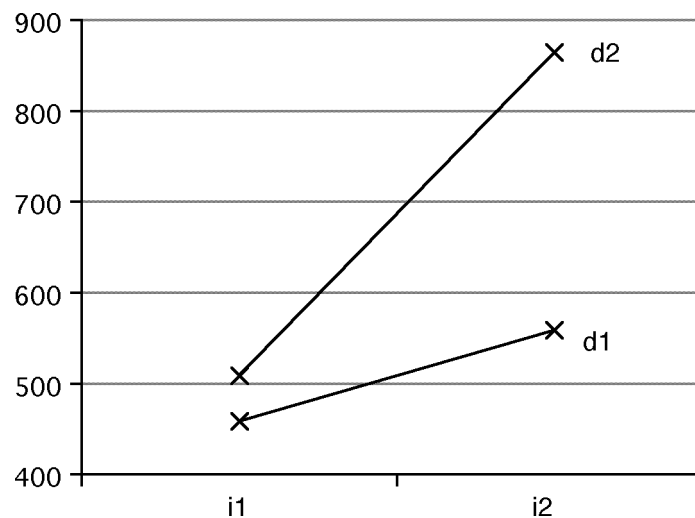
1) Définir la variable dépendante et les variables indépendantes prises en compte. Quel est le plan d'expérience utilisé?

2) Au vu du tableau précédent, indiquer s'il semble y avoir une interaction entre les deux facteurs étudiés. Construire un graphe d'interaction. Commenter ce graphe en rédigeant une phrase exprimant comment se traduit l'effet d'interaction.

*Éléments de réponses: 1) Le plan utilisé est ici  $S_{12} < I_2 * D_2 >$ .*



2) Le temps de réaction augmente lorsque la discriminabilité est plus faible. Mais cet effet est d'autant plus important que l'incertitude est élevé.



### Enoncé 22 Données Conrad

Dans une reprise d'une expérience de Conrad (1971), on veut mettre en évidence l'hypothèse de recherche suivante: "les enfants jeunes n'utilisent pas un codage phonologique en mémoire à court terme". Pour ce faire, on sélectionne cinq enfants de 5 ans et 5 enfants de 12 ans (Variable  $A$ , avec deux modalités). On montre à chaque enfant un certain nombre de paires d'images représentant des objets dont on s'est assuré auparavant qu'ils sont nommés d'une seule manière par les enfants. On montre les images aux enfants. Puis on retourne les images (les enfants ne voient plus que le dos des images). Ensuite, on donne aux enfants une paire d'images identiques à celles retournées. Enfin, on leur demande de placer ces nouvelles images comme les images retournées sur la table. Pour la moitié des paires d'images les noms des objets se ressemblent (e.g., noix et doigt). Pour l'autre moitié, les noms des objets ne se ressemblent pas (e.g., maison et cheval). Conrad prédit que les enfants les plus vieux réussiront dans l'ensemble mieux que les enfants les plus jeunes, mais également que les enfants les plus vieux utiliseront un codage phonologique comme mnémonique (i.e., "la parole intérieure"). De ce fait, les enfants les plus vieux devront commettre plus d'erreurs lorsque les noms se ressemblent acoustiquement que lorsque les noms diffèrent. On présente à chaque enfant cinquante paires d'images correspondant à la modalité  $1$  (dissemblance acoustique), et cinquante paires d'images correspondant à la modalité  $2$  (ressemblance acoustique); la Variable Dépendante choisie est le nombre de paires d'images correctement reconstituées. L'ordre de présentation est "aléatorisé" pour chaque passation (Pourquoi cette précaution?).

Essayer de traduire l'hypothèse de recherche en prédiction sur les sources de variation de l'analyse de variance.

Vous avez dû conclure que, d'une part, on s'attend à un effet principal de l'âge (qui est trivial), et, d'autre part, à un effet d'interaction: c'est le point d'importance, ou si vous préférez, le point crucial de la théorie. On retrouve, ici, le rôle essentiel de l'interaction "comme test de théorie".

### Enoncé 23 Données Cochran

Les données suivantes, adaptées d'une expérience de Cochran et Cox, illustrent un pa-

radigme expérimental extrêmement courant: la comparaison de deux conditions avec contrebalancement des ordres.

Il s'agissait de comparer l'efficacité de deux types de machines à calculer m1 et m2: on supposera ici que 10 sujets, s1 à s10, ont exécuté la même séquence de calculs, successivement sur chacune des deux machines m1 et m2. Les sujets s1 à s5 ont travaillé d'abord (essai e1) avec la machine m1, puis (essai e2) avec la machine m2; les sujets s6 à s10 ont travaillé dans l'ordre inverse (m2 à l'essai e1, puis m1 à l'essai e2). Les résultats (temps d'exécution du calcul, en unités conventionnelles) sont les suivants:

	s1	s2	s3	s4	s5	s6	s7	s8	s9	s10
m1	30	22	29	12	23	21	22	18	16	23
m2	14	5	17	14	8	21	13	13	7	24

Comme facteurs décrivant le protocole, nous prendrons d'abord: S (sujets: dix modalités, s1 à s10); M ou M2 (Machines: deux modalités m1 et m2); E ou E2 (essais: deux modalités e1 et e2). A ce facteur nous adjoindrons, pour des raisons qui apparaîtront plus loin, le facteur ordre O ou O2 avec:

o1: machine m1 passée à l'essai e1 et machine m2 passée à l'essai e2;

o2: machine m2 passée à l'essai e1 et machine m1 passée à l'essai e2;

N.B.: le tableau précédent correspond à la description des données selon le plan S\*M2. Mais on pourrait également présenter ces données selon le tableau suivant:

	s1	s2	s3	s4	s5	s6	s7	s8	s9	s10
e1	30	22	29	12	23	21	13	13	7	24
e2	14	5	17	14	8	21	22	18	16	23

Ce nouveau tableau correspondrait à la description selon le plan S\*E2.

En introduisant le facteur ordre, ces mêmes données pourront encore être décrites selon l'un des plans S<O2>\*M2 et S<O2 >\*E2

Question principale: y a-t-il une différence d'efficacité entre les machines? Question secondaire: y a-t-il une différence entre les deux essais?

Du point de vue des objectifs de la recherche, le facteur Machine sera donc considéré comme principal, et le facteur Essai comme secondaire (ce qui n'implique nullement que, lors de la planification de l'expérience, on s'attendait à ce que l'effet du facteur Essai soit peu important; les deux ordres ont été contrebalancés précisément afin de parer à l'éventualité d'un effet même important du facteur Essai).

*Réponses: Il faut ici bien comprendre que le facteur "essai" représente l'interaction entre les facteurs "machine" et "ordre"; de même, le facteur "machine" représente l'interaction entre les facteurs "ordre" et "essai".*

*L'analyse, au niveau descriptif, de l'interaction entre les facteurs "ordre" et "essai" (c'est-à-dire l'analyse de l'effet "machine") pourra être faite à partir du tableau suivant obtenu à partir des moyennes calculées dans chacune des conditions e1o1, e1o2, e2o1, e2o2:*

	o1	o2	Moy.	Diff.
e1	23.2	15.6	19.4	7.6
e2	11.6	20.0	15.8	-8.4
Moy.	17.4	17.8	17.6	-0.4
Diff.	11.6	-4.4	3.6	16

Dans ce tableau, 3.6 représente deux fois l'effet "essai", 16 représente deux fois l'effet "machine". L'interaction apparaît clairement sur un graphe d'interaction.

On pourra répondre aux deux questions posées à l'aide de comparaisons de moyennes sur des groupes appareillés, en ignorant le troisième facteur. La comparaison des moyennes obtenues pour  $M = m_1$  et  $M = m_2$  aboutit à  $T_{obs} = 3.52$ , valeur significative d'une différence entre machines au seuil de 1%. La comparaison des moyennes obtenues pour  $E = e_1$  et  $E = e_2$  aboutit à  $T_{obs} = 1.09$ . La différence n'est donc pas significative. L'analyse de variance permet ici une étude plus fine. Mais, le tableau d'analyse de variance est assez complexe, car il s'agit d'un plan à mesures partiellement répétées (sujets emboîtés dans un facteur et croisés avec l'autre facteur). On obtient par exemple :

Source	ddl	SC	CM	$F_{cal}$	Pr
O	1	0.8	0.8	0.018	0.89
$S < O >$	8	357	44.6		
E	1	64.8	64.8	3.08	0.11
Interaction	1	320	320	15.2	0.0045
Résidu	8	168.2	21.02		
Total	19	910.8			

On voit que l'effet du facteur "essai" est peu significatif (niveau de significativité de 11%) alors que l'interaction (c'est-à-dire l'effet du facteur "machine") est quant à lui très significatif. Notez que ce tableau pourrait tout aussi bien être donné sous la forme suivante :

Source	ddl	SC	CM	$F_{cal}$	Pr
O	1	0.8	0.8	0.018	0.89
$S < O >$	8	357	44.6		
M	1	320	320	15.2	0.0045
Interaction	1	64.8	64.8	3.08	0.11
Résidu	8	168.2	21.02		
Total	19	910.8			

## Plans $S * A$

### Enoncé 24 Données pharma

Dans une expérimentation de psychopharmacologie, on veut vérifier l'effet de deux drogues de type "amphétamines" sur le temps de réaction à une épreuve de psychomotricité. Afin de contrôler une source possible de perturbations, on décide de prendre les six mêmes sujets exposés à trois traitements expérimentaux différents: Drogue A, Drogue B, Placebo. L'expérimentation est construite en "double aveugle". La variable dépendante sera le temps de réaction mesuré en ms.

Mais, avant tout, remplissez les six étapes du test:

1. Hypothèses Statistiques.
2. Choix du test.
3. Distribution d'échantillonnage.
4. Seuil de Signification.
5. Région de Rejet et Règle de décision.
6. Résultats et décision.

Voici les résultats:

Sujets	Condition expérimentale			Total
	Drogue A	Placebo	Drogue B	
$s_1$	165	231	217	613
$s_2$	172	219	217	608
$s_3$	109	199	243	551
$s_4$	197	219	160	576
$s_5$	199	247	162	608
$s_6$	193	245	191	629
Total	1035	1360	1190	3585

$$Q1 = 165 + 172 + \dots + 191 = 3585$$

$$Q2 = 165^2 + \dots + 191^2 = 735819$$

$$Q3 = (1035^2 + \dots + 1190^2)/6 = 722820.8$$

$$Q4 = (613^2 + \dots + 629^2)/3 = 715371.7$$

$$Q5 = 3585^2/18 = 714012.5$$

$$Q6 = SC_T = Q2 - Q5 = 21806.5$$

$$Q7 = SC_A = Q3 - Q5 = 8808.3$$

$$Q8 = SC_S = Q4 - Q5 = 1359.2$$

$$Q9 = SC_{AS} = Q2 - Q4 - Q3 + Q5 = 11639$$

Tableau d'ANOVA

Source	ddl	SC	CM	$F_{cal}$	$Pr(F_{cal})$
$\mathcal{A}$	2	8808.3	4404.15	3.784	.0592
$\mathcal{S}$	5	1359.2	271.84		
$\mathcal{AS}$	10	11639.0	1163.90		
Total	17	21806.5			

Avec la procédure des valeurs critiques:  $F_{critique} = 4.10$  (avec  $\nu_1 = 2, \nu_2 = 10$  au seuil  $\alpha = .05$ ).  $F_{cal} < F_{critique}$  on ne peut pas rejeter  $H_0$ .

### Énoncé 25 Données Inhibit

Dans une expérimentation sur l'inhibition proactive, des sujets apprennent une liste de dix paires de mots, puis doivent se rappeler ces paires deux jours plus tard. Après le rappel, les sujets doivent apprendre une deuxième liste de dix paires dont ils devront se rappeler deux jours plus tard, le rappel de la deuxième liste est suivie de l'apprentissage d'une troisième, etc., jusqu'à la sixième liste. La variable indépendante sera la position ordinaire de la liste (e.g., première, seconde, ..., sixième). La variable dépendante sera le nombre de paires correctement rappelées. Les auteurs de l'expérience prédisent que le rappel se détériorera à mesure que l'on progresse dans la position ordinaire (prédiction qui traduit simplement l'effet de l'inhibition proactive...).

Voici les résultats:

Sujet	Position ordinale de la liste						Total
	1	2	3	4	5	6	
$s_1$	17	13	12	12	11	11	76
$s_2$	14	18	13	18	11	12	86
$s_3$	17	16	13	11	15	14	86
$s_4$	18	16	11	10	12	10	77
$s_5$	17	12	13	10	11	13	76
$s_6$	16	13	13	11	11	11	75
$s_7$	14	12	10	10	10	10	66
$s_8$	16	17	15	11	13	11	83
	129	117	100	93	94	92	625

Justifier le tableau d'ANOVA suivant:

Source	ddl	SC	CM	$F_{cal}$	$Pr(F_{cal})$
$\mathcal{A}$	5	146.85	29.37	10.32**	.000005
$\mathcal{S}$	7	52.48	7.50		
$\mathcal{AS}$	35	99.65	2.85		
Total	47	298.98			

**Enoncé 26** *Données Ecoute*  
*On brouille l'écoute*

Dans une étude sur l'effet du bruit sur la discrimination perceptive, on utilise six sujets. On mesure pour chaque sujet le nombre d'erreurs commises dans une tâche de discrimination perceptive. Les sujets sont soumis à trois conditions. Dans la première, les sujets accomplissent la tâche en l'absence de bruit; dans la seconde, le bruit est présenté de façon intermittente (i.e., bruits d'avions); dans la dernière, le bruit est présenté de façon continue (bruits de "marteau piqueur" ) On obtient les résultats suivants:

Sujets	Absence de bruit	Bruit intermittent	Bruit continu
1	117	119	127
2	130	126	131
3	122	118	129
4	123	117	134
5	126	120	137
6	116	120	128

Après avoir identifié la ou les variable(s) indépendante(s), dépendante(s), vous répondrez à la question — classique — :

“La (ou les) Variable(s) Indépendante(s) influe(nt) elle(s) sur la (les) Variable(s) Dépendante(s)?”

La condition “absence de bruit” diffère-t-elle des conditions “avec bruit” (qu’il soit continu ou intermittent)?

Les deux conditions “avec bruit” sont elles équivalentes?

Au vu des résultats, le chercheur remarque la moyenne obtenue dans la condition “bruit intermittent”. Il voudrait savoir si cette valeur diffère de la condition “témoin”. Comment répondra-t-il à cette question? Et quelle sera la réponse?

*Réponses. Le tableau d'analyse de variance est donné par :*

Source	ddl	SC	CM	$F_{cal}$	$Pr(F_{cal})$
Bruit	2	403.11	201.56	19.98**	.0003
Sujets	5	164.44	32.89		
Résidu	10	100.89	10.09		
Total	17	668.44			

On peut comparer la condition “absence de bruit” aux deux autres conditions en calculant  $L_1 = 2\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - \bar{x}_3$  (méthode des contrastes orthogonaux, cf. exercice 13). On peut aussi comparer la moyenne de ce protocole dérivé à 0. On obtient alors  $\bar{x} = -6.33$  et  $s_c = 6.74$  d'où  $t_{obs} = -2.30$ . Le résultat n'est pas significatif d'une différence dans le cas d'un test bilatéral au seuil de 5%. Il l'est dans le cas d'un test unilatéral.

On peut comparer les deux conditions “avec bruit” à l'aide d'un test de comparaison de moyennes sur groupes appariés. Le protocole dérivé des différences individuelles a une moyenne de 11.0, et un écart type corrigé de 5.02. D'où  $t_{obs} = 5.37$ . On conclut donc, au seuil de 5%, que les conditions “avec bruit” ne sont pas équivalentes.

On peut de même comparer les conditions “bruit intermittent” et “témoin”. On obtient alors  $t_{obs} = 1.33$ , qui n'est pas significatif d'une différence entre les deux conditions

### Enoncé 27 Données Craik

Dans une reprise de l'expérience de Craik et Tulving (1975), on désire vérifier l'hypothèse selon laquelle “la profondeur de traitement de l'information” influence la mémorisation. Pour ce faire, on constitue trois groupes de dix sujets. Le premier groupe correspond à la condition “traitement de l'information en profondeur” (i.e., on demande au sujet si le mot présenté est un synonyme de “jeu”). Au second groupe, on demandera un “traitement de l'information acoustique” (i.e., Le mot présenté rime-t-il avec “table”). Le troisième groupe n'effectuera qu'un traitement superficiel (i.e., le mot est-il écrit en majuscules ou minuscules).

Chaque mot est présenté deux fois dans la même condition. On soumet cinquante mots à chaque sujet. On compte pour chaque sujet le nombre de mots retenus après lui avoir demandé de compter “à reculons” de trois en trois à partir de 120 (pourquoi cette dernière précaution?).

- Combien y a-t-il de variables indépendantes? de variables dépendantes? Identifiez-les.
- Comment le chercheur traduira-t-il son “hypothèse de recherche” en hypothèse statistique?
- Comment traitera-t-il son expérience?

1) Voici les résultats obtenus (on donne le nombre de mots retenus); traitez cette expérience.

G1	29	30	33	33	34	34	36	36	40	40
G2	6	10	10	15	15	15	17	17	18	24
G3	1	1	1	2	3	6	7	7	9	10

2) Répondez aux mêmes questions, mais en admettant qu'une colonne correspond aux résultats d'un même sujet soumis aux différentes conditions.

Réponses :

1) Le tableau d'analyse de variance obtenu est donné par :

Source	ddl	SC	CM	$F_{cal}$
Groupe	2	4600,27	2300,13	135.39
Résidu	27	458,70	16,99	
Total	29	5058.97		

Le  $F$  obtenu est très significatif d'une différence de comportement entre les trois groupes  
 2) Remarquez que les données fournies sont fort peu réalistes dans ce cas (il est hautement improbable que les sujets soient rangés exactement dans le même ordre pour les trois conditions expérimentales).

Dans le cas de groupes appariés (cf. infra d'autres situations de ce genre), la variation intra-groupes se décompose en une variation due aux sujets et un résidu. On obtient le tableau d'analyse de variance suivant :'

Source	ddl	SC	CM	$F_{cal}$
Groupe	2	4600,27	2300,13	1024.81
Sujet	9	418,30	46.48	
Résidu	18	40,40	2.24	
Total	29	5058.97		

Le  $F$  obtenu est évidemment très significatif d'une différence de comportement selon la condition expérimentale.

## Plans $\mathcal{S} < \mathcal{A} * \mathcal{B} >$

### Enoncé 28 Dossier "Geometrie"

Dans une tâche de dénomination de figures géométriques, l'auteur étudie l'évolution du temps de réaction verbale en fonction de la discriminabilité des figures.

Dans un premier temps, on présente aux sujets une série de figures. Pour la moitié d'entre eux, la série est constituée de 2 figures, pour l'autre moitié, de 4 figures. Dans chacun des cas, la série est constituée soit de figures facilement discriminables (triangle, carré,...) soit de figures plus complexes (octogone, décagone...).

Dans un deuxième temps, on demande à chaque sujet de nommer une figure tirée au hasard dans la série précédente et on mesure le temps de réaction verbale du sujet.

48 sujets répartis en 4 groupes de 12 ont participé à l'expérience.

Les moyennes des temps de réaction mesurés en millisecondes observés sur chacun des quatre groupes sont indiqués dans le tableau suivant :

Incertitude	Discriminabilité	
	Forte	Faible
2 figures	460	510
4 figures	559	864

1) Définir la variable dépendante et les variables indépendantes prises en compte. Quel est le plan d'expérience utilisé?

2) Au vu du tableau précédent, indiquer s'il semble y avoir une interaction entre les deux facteurs étudiés. Construire un graphe d'interaction. Commenter ce graphe en rédigeant une phrase exprimant comment se traduit l'effet d'interaction.

3) Le tableau d'analyse de variance se présente ainsi :

Sources de var.	ddl	SC	CM	F
Discriminalité	1	3858.3	3858.3	45.06
Incertitude	1	6238.3	6238.3	72,85
Interaction	1	1885.4	1885.4	22,02
Résidu	44	3767.6	85,6	
Total	47	15666.7		

Préciser comment ont été obtenues :

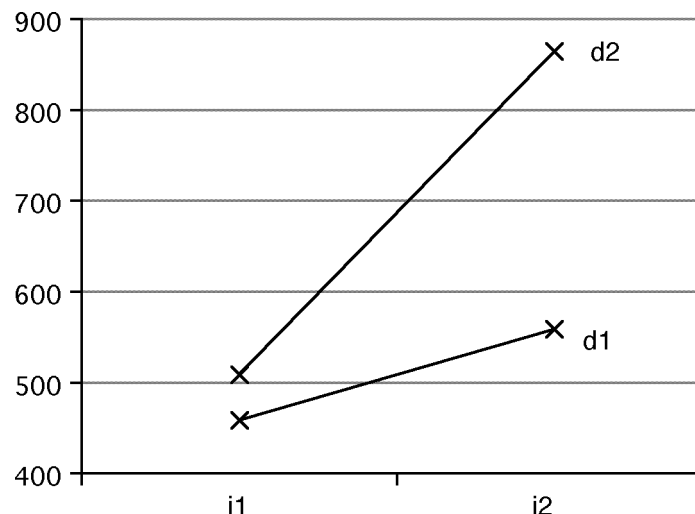
- la valeur 85.6 dans la ligne “résidu” ;
- la valeur 45.06 dans la ligne “discriminalité”.

Utiliser la table de la loi de Fisher-Snedecor pour indiquer si les effets principaux et l'effet d'interaction sont significatifs au seuil de 1%.

4) Aurait-on pu (au moins partiellement) traiter ces données par des méthodes de comparaison de moyennes ?

Réponses : 1) Le plan utilisé est ici  $S_{12} < I_2 * D_2 >$ .

2) Le temps de réaction augmente lorsque la discriminalité est plus faible. Mais cet effet est d'autant plus important que l'incertitude est élevé.



3)  $85.6 = \frac{3767.6}{44}$  ;  $45.06 = \frac{3858.3}{85.6}$ . Au seuil de 1%,  $F_{crit}(1,44) = 7.2$ . Les effets principaux et l'effet d'interaction sont donc significatifs.

4) Les effets principaux auraient pu être facilement étudiés par des méthodes de comparaison de moyennes, puisque les facteurs ne comportent que deux modalités. En revanche, il aurait été difficile d'étudier l'interaction.

### Énoncé 29 Données Tulving

On demande aux sujets de mémoriser des listes comportant 12, 24 ou 48 mots (facteur  $\mathcal{A}$ , avec trois modalités). Ces mots peuvent se regrouper par paires en catégories (par exemple pomme et orange se regroupent en “fruits”). On demande aux sujets d'apprendre les mots, et on leur montre le nom des catégories à ce moment en leur précisant qu'ils n'ont pas à apprendre le nom de ces catégories. Au moment de l'épreuve de rappel — qui a lieu immédiatement après l'apprentissage — on crée deux conditions. Dans un cas, on présente aux sujets la liste des catégories. Dans l'autre cas, on ne leur présente pas cette liste (facteur  $\mathcal{B}$ : présentation de la liste des catégories au moment de l'apprentissage *versus* absence de présentation). Dans cette reprise d'une expérience de Tulving et Pearlstone



$B$       1       $A$       2      3

1

2

$B$       1       $A$       3

$A$   
 $B$   
 $AB$   
 $S AB$

*cal*

*cal*  
-

L'analyse de variance permet de mettre en évidence un effet trivial par ailleurs du nombre de mots de la liste à mémoriser ( $F_{cal}(2,54) = 115.57; p < .01$ ) sur le nombre de mots retenus. La présentation d'indices lors du rappel améliore la performance des sujets ( $F_{cal}(1,54) = 22.41; p < .01$ ). Mais surtout, on note une interaction significative entre les deux Variables Indépendantes ( $F_{cal}(2,54) = 11.85; p < .01$ ). Cette interaction pouvant s'attribuer pour l'essentiel au fait que l'effet facilitateur des indices ne se manifeste que pour les longues listes (48 mots). De ce fait, une expérimentation construite pour montrer l'effet des indices au moment du rappel avec uniquement des listes courtes, ne pourrait – probablement – pas rapporter un effet significatif de ce facteur.

**Enoncé 30** Dossier “Eysenck”

Le modèle de la mémorisation proposé par Craik et Lockhart (1972) stipule que le degré auquel un sujet se rappelle un matériel verbal est fonction du degré auquel ce matériel a été traité lors de sa présentation initiale. Eysenck (1974) voulait tester ce modèle et examiner s'il pouvait contribuer à expliquer certaines différences relevées entre des sujets jeunes et âgés concernant leur aptitude à se rappeler du matériel verbal. L'étude qu'il a menée incluait 50 sujets dont l'âge se situait entre 18 et 30 ans et 50 sujets compris dans la tranche d'âge 55–65 ans. Dans chacune des tranches d'âge, Eysenck a réparti les 50 sujets dans cinq groupes. Le premier devait lire une liste de mots et se contenter de compter le nombre de lettres de chacun d'eux. Le deuxième groupe devait lire chaque mot et lui trouver une rime. Le troisième groupe devait donner un adjectif qui aurait pu être utilisé pour modifier chaque mot de la liste. Le quatrième devait essayer de se former une image précise de chaque mot. Aucun de ces quatre groupes ne savait qu'il faudrait se rappeler les mots ultérieurement. Enfin, le cinquième groupe, ou groupe d'apprentissage intentionnel, devait lire la liste et mémoriser tous les mots. Après avoir passé trois fois en revue la liste de 27 mots, les sujets devaient retranscrire tous les mots dont ils se souvenaient. Le nombre de mots rappelés par chacun des 100 sujets est indiqué par le tableau ci-dessous :

	Gr. 1	Gr. 2	Gr. 3	Gr. 4	Gr. 5
Sujets âgés	9	7	11	12	10
	8	9	13	11	19
	6				

*Etude de l'interaction entre les facteurs.*

*Analyse de variance.*

Sources de var.	ddl	SC	CM	F
Age	1	240.25	240.25	...
Groupe	4	1514.94	...	...
Age×Groupe	4	190.30	...	...
Résidu	90	722.30	8.026	
Total	99	2667.79		

- a) Compléter ce tableau en calculant les carrés moyens et les statistiques F de Fisher qui sont remplacés par “...” dans le tableau ci-dessus.
- b) Parmi les différentes sources de variation, quelles sont celles qui sont significatives au seuil de 1% ?
- c) Quelles conclusions Eysenck peut-il tirer de cette expérience ?

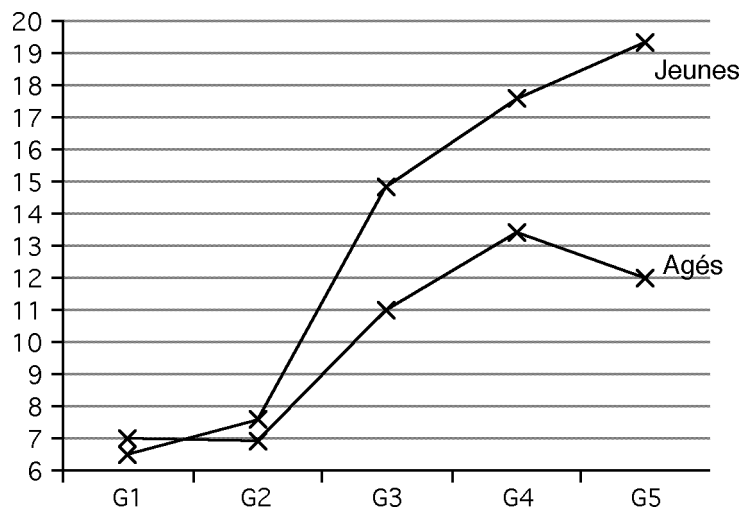
Réponses.

1) Outre le facteur sujet, les facteurs étudiés sont l'âge (2 niveaux), et le groupe expérimental (5 niveaux), selon un plan  $S_{10} < G_5 * A_2 >$ . La variable dépendante est le nombre de mots retranscrits, son domaine de variation est [0; 27].

2) a) Il s'agit d'une comparaison de moyennes sur deux groupes indépendants. Avec les données fournies, on obtient  $t_{obs} = -3.80$  alors que, pour un test bilatéral au seuil de 5%, on obtient  $t_{crit} = 2.10$  (ddl = 18). Il existe donc une différence significative entre le traitement syntaxique et le traitement sémantique.

b) Les sujets du groupe 2 forment deux sous-groupes indépendants du point de vue de l'âge. On obtient  $t_{obs} = -0.766$ . La différence de performance n'est pas significative dans ce cas.

3) Le graphe d'interaction est donné par :



D'après ce graphique, il semble que l'effet de l'âge soit plus marqué lorsque le traitement de l'information est effectué "en profondeur".

4) Le tableau d'ANOVA complet est donné par :

Sources de var.	ddl	SC	CM	F
Age	1	240.25	240.25	29.93
Groupe	4	1514.94	378.74	47.19
Age×Groupe	4	190.30	47.58	5.93
Résidu	90	722.30	8.026	
Total	99	2667.79		

Au seuil de 1%, on a :  $F_{crit}(1,90) = 6.9$  ;  $F_{crit}(4,90) = 3.5$ . Les effets du groupe, de l'âge et l'effet de l'interaction sont donc tous trois significatifs.

Ainsi, les sujets plus jeunes se rappellent davantage d'éléments que les sujets plus âgés. Les tâches impliquant un traitement plus approfondi permettent une mémorisation plus efficace que celles qui impliquent un traitement plus superficiel. Cependant, l'effet significatif de l'interaction montre que les sujets plus âgés ne réalisent pas d'aussi bonnes performances que les plus jeunes dans les tâches qui impliquent un traitement approfondi, mais réalisent des performances pour ainsi dire équivalentes à celles des sujets plus jeunes lorsque la tâche n'implique qu'un traitement réduit.

### Énoncé 31 Dossier "Locus"

Un psychologue s'intéresse à la relation entre le sexe (variable  $X$ ), le statut socio-économique (variable  $C$ ) et le "locus of control" perçu. Il a pris huit adultes de chaque combinaison sexe-statut socio-économique et leur a administré une échelle portant sur le "locus of control" ; un score élevé indique que le sujet estime contrôler sa vie quotidienne.

	statut socio-économique		
	Bas	Moyen	Elevé
Hommes	10	16	18
	12	12	14
	8	19	17
	14	17	13
	10	15	19
	16	11	15
	15	14	22
	13	10	20
Femmes	8	14	12
	10	10	18
	7	13	14
	9	9	21
	12	17	19
	5	15	17
	8	12	13
	7	8	16

- 1) a) Quelles sont les variables indépendantes (ou facteurs de variation) prises en compte? Quel est le nombre de niveaux de chacun des facteurs?
- b) Quelle est la variable dépendante? Quel est son domaine de variation?
- c) Ecrire le plan d'expérience correspondant.
- 2) On veut étudier, pour les sujets de statut socio-économique moyen, s'il existe une différence de "locus of control" entre les hommes et les femmes. Réaliser un test de comparaison de moyennes permettant d'apporter une réponse à la question posée (seuil choisi: 5%).
- 3) *Etude de l'interaction entre les facteurs.* Calculer les moyennes des scores observés sur chacun des 6 groupes. Réaliser un graphe illustrant une éventuelle interaction entre le sexe et le statut socio-économique. Commenter le diagramme ainsi obtenu.
- 4) *Analyse de variance.* Le tableau d'analyse de variance relatif aux données observées se présente ainsi :

Sources de var.	ddl	SC	CM	F
Sexe	1	65.33	65.33	...
Statut soc-éco	2	338.67	...	...
$X \times C$	2	18.67	...	...
Résidu	42	355.0	8.45	
Total	47	777.67		

a) Compléter ce tableau en calculant les carrés moyens et les statistiques F de Fisher qui sont remplacés par “...” dans le tableau ci-dessus.

b) Parmi les différentes sources de variation, quelles sont celles qui sont significatives au seuil de 1%?

5) Quelles conclusions le psychologue peut-il tirer de cette expérience?

Réponses.

1) On étudie ici les facteurs “sexe” (variable  $X$  à deux niveaux) et “statut socio-économique” (variable  $C$  à trois niveaux). La variable dépendante est une échelle évaluant le “locus of control” des sujets. Les valeurs observées se situent dans l’intervalle [5; 22]. Il s’agit d’un plan  $S_8 < X_2 * C_3 >$ .

2) Il s’agit d’une comparaison de deux moyennes sur des groupes indépendants. On obtient :  $t_{obs} = 1.29$ , avec 14 ddl. Pour un test unilatéral au seuil de 5%,  $t_{crit} = 1.76$ . On conclut donc à une différence selon les sexes.

3) Le tableau d’analyse de variance complété est donné par :

Sources de var.	ddl	SC	CM	F
Sexe	1	65.33	65.33	7.73**
Statut soc-éco	2	338.67	169.33	20.03**
$X \times C$	2	18.67	9.33	1.10 NS
Résidu	42	355.0	8.45	
Total	47	777.67		

On conclut donc à des effets significatifs du sexe et du statut socio-économique sur le “locus of control”. En revanche, il ne semble pas y avoir d’interaction entre ces deux facteurs : chez les femmes, la mesure du “locus of control” fournit des résultats inférieurs à ceux des hommes, et l’amplitude de cette différence est la même, quel que soit le statut socio-économique.

### Enoncé 32 Dossier “Multimedia”

Le multimédia offre certaines potentialités pour induire l’imagerie mentale. Selon certains auteurs, on devrait donc s’attendre à une efficacité supérieure du multimédia en termes d’apprentissage, comparativement aux produits traditionnels. Dubois *et al.* (1998) ont mené une expérimentation visant à identifier les effets des différents formats de présentation de l’information sur l’apprentissage d’une langue étrangère.

Ils s’attendaient à ce que les sujets produisent un meilleur rappel lorsque l’information verbale est accompagnée d’une information figurative. En revanche, la simple présence de multiples sources d’informations devrait provoquer un partage de l’attention. On s’attend donc à de moins bonnes performances si la présentation, en ajoutant une simple illustration, ne permet pas d’intégration des informations entre elles.

Pour leur expérience, les auteurs ont utilisé 60 sujets auxquels était proposée une tâche de mémorisation d’un vocabulaire russe. Quatre groupes de 15 sujets ont été constitués selon les quatre modes de présentation de l’information suivants :

- En condition contrôle  $P_1$ , seuls le mot russe et sa traduction étaient donnés ;
- En condition  $P_2$ , une illustration représentant le mot était ajoutée ;
- En conditions  $P_3$  et  $P_4$ , une méthode suscitant une imagerie mentale imposée a été utilisée, selon la technique du mot-clé. La phrase contenant ce mot-clé était présentée de façon uniquement orale en  $P_3$ , et à l'écrit sur l'écran en  $P_4$ .

Le rappel du vocabulaire consistait à présenter aux sujets un mot russe pour lequel ils devaient trouver et écrire la traduction. Au sein de chaque groupe, trois sous-groupes homogènes ont été constitués, selon le mode de rappel utilisé ; le mot est donné :

- soit seulement à l'écrit (rappel visuel  $Rv$ ),
- soit seulement à l'oral (rappel auditif  $Ra$ )
- soit à l'écrit et à l'oral (rappel audiovisuel  $Rav$ ).

La performance des sujets est mesurée par le nombre de traductions correctes fournies (score de 0 à 19).

Dans une reprise de cette expérience, les résultats observés sont les suivants :

	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$
$Rv$	0	0	0	2
	2	3	0	0
	4	8	0	1
	6	6	0	6
	0	6	3	8
$Ra$	7	1	10	4
	6	4	13	7
	3	8	17	8
	0	4	15	9
	3	6	18	13
$Rav$	5	0	4	4
	12	5	7	12
	7	2	15	5
	10	0	12	10
	7	3	14	9

- 1) a) Quelles sont les variables indépendantes (ou facteurs de variation) prises en compte ? Quel est le nombre de niveaux de chacun des facteurs ?
- b) Quelle est la variable dépendante ?
- c) Ecrire le plan d'expérience correspondant.
- 2) a) Calculer les moyennes correspondant aux 12 conditions expérimentales définies par les combinaisons des variables  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{R}$ .
- b) Réaliser un graphe illustrant une éventuelle interaction entre les variables  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{R}$ .
- 3) *Analyse de variance.*

Le tableau d'analyse de variance relatif aux données observées se présente ainsi :

Sources de var.	ddl	SC	CM	F
$\mathcal{P}$	3	198.6	66.2	...
$\mathcal{R}$	2	301.9	...	...
$\mathcal{P} \times \mathcal{R}$	6	402.1	...	...
Résidu	48	446.8	9.31	
Total	59	1349		

- a) Compléter ce tableau en calculant les carrés moyens et les statistiques F de Fisher qui sont remplacés par “...” dans le tableau ci-dessus.  
b) En utilisant un seuil de 5%, répondre aux questions suivantes :

- La variable “mode de présentation” a-t-elle un effet ?
- La variable “mode de rappel” a-t-elle un effet ?
- L’interaction entre ces variables est-elle significative ?

#### 4) Comparaisons de moyennes

On donne les résultats intermédiaires suivants :

	$Rv$	$Ra$	$Rav$
$\sum x_i$	55	156	143
$\sum x_i^2$	315	1722	1401
Moyenne	2.75	7.8	7.15
Var. corrigée	8.61842	26.5895	19.9237

- a) Sans tenir compte des modalités de la variable  $\mathcal{P}$ , effectuer un test de comparaison de deux moyennes visant à montrer que les 20 sujets soumis à la modalité  $Rav$  obtiennent de meilleurs résultats que ceux soumis à la modalité  $Rv$ .  
b) Comparer de même les sujets soumis à la modalité  $Ra$  à ceux soumis à la modalité  $Rv$ .
- 5) A partir des données et des éléments d’étude développés ci-dessus, justifier les conclusions suivantes formulées par les auteurs :

“On constate l’influence de certaines modalités de présentation de l’information sur la mémorisation. (...) L’ajout d’une image à un corpus sonore et textuel peut constituer une aide notable pour les sujets sous certaines conditions.”

“La quantité d’information à traiter par le sujet n’apparaît pas induire de partage attentionnel limitant les effets d’apprentissage selon l’hypothèse de surcharge cognitive dès lors que les différentes sources d’information sont intégrées.”

“Pour les trois situations de rappel, le résultat le plus intéressant à noter est la moindre performance en situation uniquement visuelle.”

“Dans la situation de rappel auditif, on observe d’une manière générale un meilleur apprentissage lorsque les informations sont intégrées sous forme auditive.”



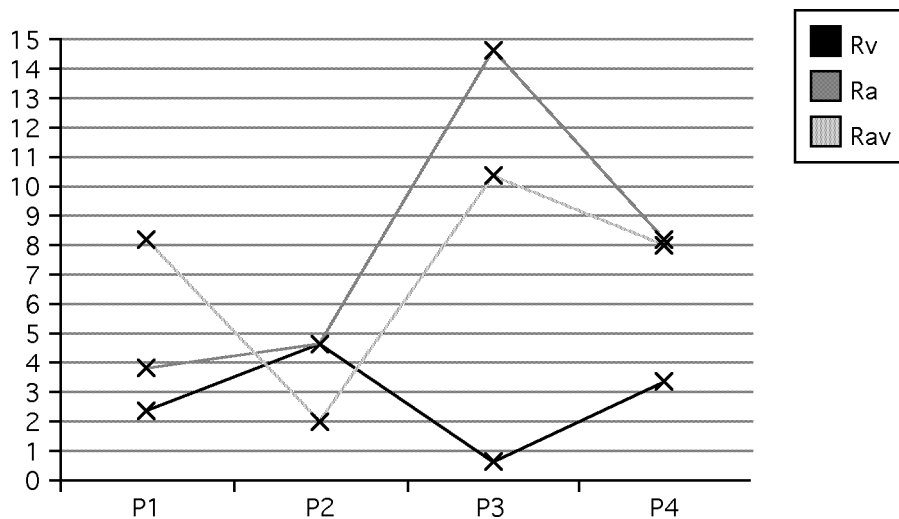
Réponses.

1) Outre le facteur sujet, les facteurs étudiés sont le mode de présentation de l'information (facteur  $\mathcal{P}$  à 4 niveaux notés  $P_1, P_2, P_3$  et  $P_4$ ) et le mode de rappel (facteur  $\mathcal{R}$  à trois niveaux notés  $R_v, R_a$  et  $R_{av}$ ). La variable dépendante est le nombre de traductions correctes fournies. L'expérience a été menée selon le plan :  $\mathcal{S}_5 < \mathcal{P}_4 * \mathcal{R}_3 >$ .

2) Les moyennes correspondant aux 12 conditions expérimentales sont données par :

	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$
$R_v$	2.4	4.6	0.6	3.4
$R_a$	3.8	4.6	14.6	8.2
$R_{av}$	8.2	2	10.4	8

Le graphe d'interaction a l'allure suivante :



3) Le tableau d'analyse de variance complété donne :

Sources de var.	ddl	SC	CM	F
$\mathcal{P}$	3	198.6	66.2	7.11
$\mathcal{R}$	2	301.9	150.95	16.21
$\mathcal{P} \times \mathcal{R}$	6	402.1	67.02	7.20
Résidu	48	446.8	9.31	
Total	59	1349		

Pour le facteur  $\mathcal{P}$ , les nombres de degrés de liberté à prendre en compte sont  $ddl_1 = 3$  et  $ddl_2 = 48$ . Au seuil de 5%, la table du F de Fisher donne  $F_{crit} = 2.84$ . L'effet du facteur  $\mathcal{P}$  est donc significatif.

Pour le facteur  $\mathcal{R}$ , les nombres de degrés de liberté à prendre en compte sont  $ddl_1 = 2$  et  $ddl_2 = 48$ . Au seuil de 5%, la table du F de Fisher donne  $F_{crit} = 3.23$ . L'effet du facteur  $\mathcal{R}$  est donc significatif.

Pour l'interaction  $\mathcal{P} \times \mathcal{R}$ , les nombres de degrés de liberté à prendre en compte sont  $ddl_1 = 6$  et  $ddl_2 = 48$ . Au seuil de 5%, la table du F de Fisher donne  $F_{crit} = 2.34$ . L'effet d'interaction est donc significatif.

4) a) Il s'agit ici d'une comparaison de moyennes sur deux groupes indépendants. On obtient, en utilisant les résultats fournis,  $t_{obs} = 3.68$ . Ici,  $ddl = 38$  ; pour un seuil de 5% unilatéral, la table du T de Student donne  $t_{crit} = 1.686$ . On obtient donc de meilleurs résultats en modalité  $R_{av}$  qu'en modalité  $R_v$ .

b) La méthode est identique. On obtient ici  $t_{obs} = 3.81$  et une conclusion analogue.

5) On a montré un effet du facteur  $\mathcal{P}$ , ce qui justifie en partie la première phrase de conclusion. Une étude complémentaire devrait montrer que les différences constatées entre les 4 présentations se font au bénéfice de  $P_2$  et  $P_4$ .

La deuxième phrase reprend l'une des hypothèses de recherche. Les moins bonnes performances ont effectivement été observées lorsque l'illustration est simplement ajoutée, alors que la situation  $P_4$ , dans laquelle l'illustration est intégrée aux autres sources conduit à des résultats généralement supérieurs à ceux de la situation contrôle.

La troisième phrase fait référence aux conclusions trouvées dans la question 4 : nous y avons montré que la modalité  $R_v$  obtenait des résultats inférieurs à chacune des deux autres modalités.

La dernière phrase traduit l'interaction entre les facteurs  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{R}$ . C'est effectivement le groupe soumis à  $P_3$  et  $R_a$  qui obtient le meilleur résultat absolu.