



Exercice 15

On reprend les données de l'exercice 10 (enquête d'opinion)

Quelle(s) question(s) les données proposées soulèvent-elles ?

Proposer une (ou des) représentations graphiques illustrant les réponses qui peuvent être apportées.

Exercice 16

On reprend les données de l'exercice 11.

représenter à l'aide d'un diagramme à bandes la distribution des métiers du père pour le groupe d'élèves voulant devenir médecins et pour le groupe d'élèves voulant devenir instituteurs.

Exercice 17

On reprend les données de l'exercice 5 (durée d'utilisation d'un ordinateur au cours d'une semaine).

1) Découper l'intervalle $[0, 15]$ en 5 classes d'amplitude 3. Déterminer les effectifs des classes ainsi obtenues. représenter la série à l'aide d'un histogramme.

2) Procéder à un découpage en 5 classes d'effectifs approximativement égaux (environ 10 sujets par classe). représenter la série obtenue à l'aide d'un histogramme.

Exercice 18 *Pyramides d'Egypte*

Les données suivantes représentent la structure par classes d'âge et par sexe de la population de l'Egypte en 1947. représenter ces données à l'aide de deux histogrammes disposés en "pyramide des âges".

Age	$[0;5[$	$[5;10[$	$[10;15[$	$[15;20[$	$[20;25[$	$[25;30[$
Hommes	1280	1209	1142	984	678	686
Femmes	1305	1191	1071	917	706	787
Age	$[30;35[$	$[35;40[$	$[40;45[$	$[45;50[$	$[50;55[$	$[55;60[$
Hommes	620	659	569	429	421	171
Femmes	690	654	566	415	449	173
Age	$[60;65[$	$[65;70[$	$[70;75[$	$[75;80[$	$[80;85[$	$[85;90[$
Hommes	252	84	108	23	35	17
Femmes	299	82	137	24	53	23

Exercice 19

Les notes obtenues par 128 élèves à un test de niveau ont été réparties en 5 classes : $[0;10[$ (insuffisant), $[10;12[$ (passable), $[12;14[$ (assez bien), $[14;16[$ (bien) et $[16;20[$ (très bien).

On a obtenu le tableau suivant :

Classe	$[0;10[$	$[10;12[$	$[12;14[$	$[14;16[$	$[16;20[$
Effectif	35	35	31	19	8

Construire l'histogramme correspondant à ce découpage en classes. Utiliser cet histogramme pour évaluer le nombre d'élèves ayant obtenu une note comprise entre 8 et 11.

Réponse : Les élèves ayant obtenu une note comprise entre 8 et 11 représentent $\frac{2}{10}$ de la première classe et $\frac{1}{2}$ de la seconde. Leur nombre peut être évalué à 24.

Exercice 20

On a fait passer le test Stroop (épreuve de résistance au stress) à 432 étudiants. La distribution des notes (différences de temps par item en centièmes de seconde) est donnée, après regroupement en classes d'étendue 5, par le tableau suivant :

Note	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75
Effectif	4	9	9	20	45	45	57	49	51	27	25	21	19	11
Note	80	85	90	95	100	105	110	115	120	125	130	135	140	145
Effectif	8	5	6	3	4	1	1	1	0	2	1	1	3	0
Note	150	155	160	165	170	175	180	185	190	195	200	205		
Effectif	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1		

1) Procéder à un nouveau regroupement en 5 classes avec pour limites de classes: -0.5, 12.5, 37.5, 62.5, 87.5, 205.5. Compléter le tableau obtenu en calculant la fréquence et la densité (effectif par unité d'amplitude) de chacune des classes.

2) En utilisant le regroupement en classes établi à la question 1, construire l'histogramme et la représentation graphique de la fonction de répartition de la série. Evaluer graphiquement la médiane et les quartiles. Calculer la moyenne et l'écart type.

Réponses :

1)

Classes	Effectif	Fréquences	Amplitude	Densité
$[-0.5; 12.5[$	4	0,93%	13	0.31
$[12.5; 37.5[$	128	29,63%	25	5.12
$[37.5; 62.5[$	209	48,38%	25	8.36
$[62.5; 87.5[$	64	14,81%	25	2.56
$[87.5; 205.5[$	27	6,25%	118	0.23

2) $M = 47.5$, $Q_1 = 32.8$, $Q_3 = 60.5$.

Caractéristiques de position

Exercice 21

On reprend les données des exercices 5 et 17 (durée d'utilisation d'un ordinateur).

1) Déterminer la médiane de la série donnée dans l'exercice 5.

2) Pour chacun des deux regroupements en classes déterminés dans l'exercice 17, déterminer la classe modale.

3) Calculer la moyenne de la série donnée dans l'exercice 5, puis la moyenne obtenue à partir de chacun des deux regroupements en classes de l'exercice 17. Commenter.

Exercice 22

On reprend les données de l'exercice 14 (recensement des ménages). Déterminer le mode, la médiane et la moyenne arithmétique de la série envisagée.

Réponses : Le mode est la modalité 1; la médiane, la modalité 2; la moyenne arithmétique vaut 1.98

Exercice 23

On reprend les données de l'exercice 18 ("Pyramides d'Egypte"). Quelle est la classe modale des deux séries statistiques envisagées. La valeur obtenue permet-elle de prévoir les positions relatives de la médiane et de la moyenne ($M < \mu$ ou $M > \mu$). Vérifier par le calcul.

Réponses : Pour chacune des deux séries, la classe modale est la classe $[0, 5[$. Le domaine de la variable étudiée est $[0, 90]$, mais la moyenne et la médiane seront décalées vers la gauche. Ce décalage sera plus important pour la médiane que pour la moyenne dont le

calcul tient compte de modalités "élevées". On obtient ainsi pour la série des hommes : $M = 20.5$ et $\mu = 25.05$.

Exercice 24

On considère une population d'effectif N et, sur cette population, une variable statistique X de modalités 1, 2 et 3.

- 1) Lorsque $N = 5$, peut-on contruire un exemple de distribution de la variable X telle que le mode soit égal à 3 et la médiane à 2? Et lorsque $N = 7$?
- 2) Pour $N = 5$, construire un exemple de distribution de la variable X tel que la médiane soit supérieure à la moyenne arithmétique.

Réponses : 1) Impossible avec $N = 5$. Pour $N = 7$: 1 1 2 2 3 3 3.

2) Exemple : 1 2 3 3 3. $M = 3$, $\mu = 2.4$

Exercice 25

Sur une population d'effectif $N = 100$, on considère une série statistique de médiane $M = 12$ et de moyenne $\mu = 11$.

En vérifiant les données expérimentales, on s'aperçoit qu'une erreur a été commise et que, pour l'un des individus statistiques, il faut substituer la valeur $x_i = 18$ à la valeur $x_i = 13$. Quelle influence cette substitution a-t-elle sur la médiane? sur la moyenne?

Réponses : La médiane est inchangée, la moyenne augmente de 0.05

Caractéristiques de dispersion

Exercice 26

On reprend les données de l'exercice 14 (nombre de personnes à charge dans une population de ménages). Déterminer les quartiles de la distribution étudiée. Représenter cette distribution à l'aide d'un diagramme de type "boîte à moustaches".

Réponses : $Q_1 = 1$, $M = 2$, $Q_3 = 3$.

Exercice 27

On a mesuré le temps (en secondes) mis par 23 sujets pour effectuer une certaine tâche. Les résultats sont les suivants:

105 107 108 109 110 111 112 113 115 116 117 118
119 121 122 123 124 124 126 127 128 129 130.

Déterminer la médiane et les quartiles, l'étendue et l'écart interquartile. Calculer l'indice de Yule, dont la définition est donnée par $S = \frac{(Q_3 - Q_2) - (Q_2 - Q_1)}{Q_3 - Q_1}$.

Réponses : $Q_1 = 111$, $Q_2 = 118$, $Q_3 = 124$. L'étendue vaut 25, l'écart interquartile 13. L'indice de Yule vaut $-1/13$, ce qui montre que la distribution est assez symétrique.

Exercice 28

- 1) A quelle condition l'écart type d'une distribution est-il nul?
- 2) Sur une population d'effectif $N = 100$, on considère une série statistique de moyenne $\mu = 11$.

En vérifiant les données expérimentales, on s'aperçoit que des erreurs ont été commises. Pour deux individus statistiques, il faut substituer respectivement les valeurs $x'_i = 6$ et $x'_j = 16$ aux valeurs $x_i = 9$ et $x_j = 13$.

Quelle influence cette substitution a-t-elle sur la moyenne? sur l'écart type? Calculer le nouvel écart type sachant que l'on avait, avec les anciennes valeurs $\sigma = 3,5$.

Réponses : 1) L'écart type n'est nul que si la série est constante.

2) Il n'y a pas de changement pour la moyenne. En revanche, l'écart type est augmenté. Le nouvel écart type vaut $\sigma' = 3.56$

Exercice 29

Le tableau suivant donne la distribution des âges dans un groupe de 220 personnes.

classes	[20,24[[24,28[[28,32[[32,36[[36,40[[40,44]	Total
effectifs	20	40	60	50	30	20	220

Calculer l'écart moyen, la variance et l'écart type de cette distribution.

Réponses : $\mu = 31.63$; $E_m = 4.69$; $\sigma^2 = 31.5$; $\sigma = 5.61$

Exercice 30

On reprend les données des exercices 5 et 17 (durée d'utilisation d'un ordinateur).

3) Calculer la variance et l'écart type de la série donnée dans l'exercice 5, puis la variance et l'écart type obtenus à partir de chacun des deux regroupements en classes de l'exercice 17. Commenter.

Exercice 31

On reprend les données de l'exercice 14 (nombre de personnes à charge dans une population de ménages) et on suppose, pour cet exercice, que les "personnes à charge" sont en fait des "enfants à charge". On rappelle que le tableau des effectifs de la série statistique étudiée est donné par:

Nb enfants	0	1	2	3	4	5	6	7	8	Total
Effectifs	48	65	44	27	19	15	8	2	1	229

- 1) Quel est le nombre total d'enfants pris en compte par l'étude?
- 2) Calculer, pour chaque modalité, le nombre d'enfants pris en compte (*masse de la modalité*); procéder ensuite à un cumul des valeurs obtenues (*masses cumulées*).
- 3) Déterminer les valeurs permettant de compléter les phrases suivantes:
 - La moitié des enfants se trouvent dans des foyers comportant ... enfants ou moins (*médiale* de la série étudiée).
 - Les 20% de familles nombreuses comportant 4 enfants ou plus rassemblent ...% des enfants.
 - 20% des enfants se trouvent dans des foyers comportant ...enfants ou plus.
- 4) Former un tableau des effectifs pour la variable *nombre de frères et sœurs* étudiée sur l'ensemble des 455 enfants concernés par l'étude. Déterminer la moyenne, la variance et l'écart type de la distribution ainsi définie.

Réponses : 1) Masse totale de la variable : 455.

a_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	Total
n_i	48	65	44	27	19	15	8	2	1	229
2) Masse M_i	0	65	88	81	76	75	48	14	8	455
Masse cumulée	0	65	153	234	310	385	433	447	455	
M. cum. relative	0%	14%	34%	51%	68%	85%	95%	98%	100%	

3) La moitié des enfants se trouve dans des familles de 3 enfants ou moins. La médiale vaut 3.

Il y a 45 familles de 4 enfants ou plus ; elles représentent 20% de la population étudiée et rassemblent 49% des enfants.

Les 20% d'enfants membres des familles les plus nombreuses se trouvent dans des familles de 5 enfants ou plus.

4)

Nb frères/sœurs	0	1	2	3	4	5	6	7
Effectif	65	88	81	76	75	48	14	8