

Rappels de mathématiques

Exercice 1

Transcrire sous une autre forme les expressions suivantes :

- | | | |
|--|--------------------------|---------------------------------|
| 1) $a + a + a + a$ | 2) $a - a - a - a$ | 3) $ a - a - a - a $ |
| 4) $a.a.a.a$ | 5) $\frac{1}{a.a.a.a}$ | 6) $a^{1/2}$ |
| 7) $a.\frac{1}{a^2}.a^{1/2}.a^{-5}.a^{-5/2}$ | 8) $a(b + c)$ | 9) $a.(b.c)$ |
| 10) $a + (b.c)$ | 11) $\frac{1}{a}(b + c)$ | 12) $\frac{1}{a}(b.c)$ |
| 13) $\frac{1}{a}(a + c)$ | 14) $\frac{1}{a}(a.b)$ | 15) $\frac{1}{a}(b + c)$ |
| 16) $(a + b).(c + d)$ | 17) $(a + b) + (c + d)$ | 18) $(a + b(c + d) + c(f.g)).h$ |
| 19) $(a^b)^c$ | 20) $(a + b)^2$ | 21) $(a - b)^2$ |

Exercice 2

- Sur un axe muni d'un repère normé, placer les points A d'abscisse 3 et B d'abscisse -2. Calculer la distance $d(A, B)$ et le carré de cette distance.
- Comment calcule-t-on l'hypoténuse d'un triangle rectangle? Dans le plan, calculer la distance $d(A, B)$ sachant que les coordonnées de A et B sont respectivement (3 ; 2) et (5 ; 8).

Réponses : 1) $d(A, B) = | -2 - 3 | = 5$; $d^2(A, B) = 25$. 2) $d^2(A, B) = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 = 40$; $d(A, B) = \sqrt{40} = 6.32$

Exercice 3 Notations indexées et symbole \sum .

On considère le tableau suivant :

	1	2	3	4	5	6	7	8
a	8	3	2	9	6	2	8	5
b	4	2	9	7	10	1	3	6
c	7	6	1	3	8	2	1	3

- Donner la valeur des symboles suivants : a_3, b_1 .
- Citer deux éléments du tableau qui ont pour valeur 3.
- Ecrire à l'aide du symbole \sum : $a_1 + a_2 + \dots + a_8$.
- Pour chacune des expressions suivantes :
 - La développer de manière symbolique
 - Remplacer chaque symbole par sa valeur
 - Calculer la valeur de l'expression.

a) $\sum_{i=3}^{i=8} (a_i + b_i)$ b) $\sum_{i=2}^{i=5} (a_i b_i c_i)$ c) $\sum_{i=3}^{i=8} a_i^2$

d) $\sum_{i=3} i.a_i$ e) $\sum c_i$

f) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} (a_i - m)^2$ sachant que $m = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} a_i}{n}$ et $n = 3$.

Réponses : 4) $\sum_{i=3}^{i=8} (a_i + b_i) = 68$; $\sum_{i=2}^{i=5} (a_i b_i c_i) = 723$; $\sum_{i=3}^{i=8} a_i^2 = 214$; $\sum_{i=3}^{i=6} i.a_i = 84$; $\sum c_i = 31$;

$$m = 4.33 ; \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} (a_i - m)^2 = 20.67$$

Vocabulaire des statistiques

Exercice 4

Une entreprise cherche à tester l'efficacité d'un spot publicitaire. Pour ce faire, le spot est diffusé dans le programme des actualités régionales d'une région française. Deux jours plus tard, une entreprise de prospection de marché entreprend une enquête téléphonique pour obtenir des informations sur les taux de souvenir (pourcentage des personnes qui ont regardé l'émission et qui se souviennent du spot) et les impressions laissées par la publicité.

- 1) Quelle est la population dans cette étude?
- 2) Quel est l'échantillon de l'étude?
- 3) Pourquoi est-il nécessaire d'utiliser un échantillon dans cette étude? Expliquez.

Indications de réponses: la population est la population de la région concernée. L'échantillon est l'ensemble des personnes contactées par téléphone (ou sélectionnées pour l'être).

Exercice 5

Un rapport établi en 1996 concernait la technologie domestique et son usage par les personnes de 12 ans et plus. Les données suivantes correspondent aux heures d'utilisation d'un ordinateur au cours d'une semaine pour un échantillon de 50 personnes.

4.1	1.5	10.4	5.9	3.4	5.7	1.6	6.1	3.0	3.7
3.1	4.8	2.0	14.8	5.4	4.2	3.9	4.1	11.1	3.5
4.1	4.1	8.8	5.6	4.3	3.3	7.1	10.3	6.2	7.6
10.8	2.8	9.5	12.9	12.1	0.7	4.0	9.2	4.4	5.7
7.2	6.1	5.7	5.9	4.7	3.9	3.7	3.1	6.1	3.1

- 1) Quelle est la population étudiée? Les données concernent-elles la population tout entière ou un échantillon tiré de celle-ci?
- 2) Quelle est la variable statistique étudiée? Quel est son domaine de variation? Quelle est sa nature?
- 3) Quelle est la nature du tableau proposé?

Indications de réponses. 1) La population étudiée est l'ensemble des personnes de 12 ans et plus (dans un pays, une région? L'énoncé ne le précise pas). Les données concernent un échantillon de taille 50 tiré de cette population. La variable étudiée est le temps d'utilisation d'un ordinateur au cours d'une semaine. C'est une variable numérique dont le domaine de variation est [0.7, 14.8]. Le tableau proposé est un tableau protocole.

Exercice 6

Un sondage du *Wall Street Journal/NBC* demandait à 2013 adultes de qualifier l'état de l'économie américaine (décembre 1997). Les catégories de réponses étaient: insatisfait, satisfait et pas sûr.

- 1) Quelle était la taille de l'échantillon de cette étude?
- 2) Les données sont-elles qualitatives ou quantitatives?
- 3) Est-il plus pertinent d'utiliser des moyennes ou des pourcentages pour résumer les données de cette question?

4) Parmi les personnes ayant répondu, 28% ont déclaré ne pas être satisfaites de l'état de l'économie américaine. Combien d'individus ont fourni cette réponse?

Indications de réponses: 1) 2013, 2) Qualitatives, 3) Pourcentages, 4) 563 ou 564.

Exercice 7

Dans une étude publiée vers 1994, J.Y. Authier rend compte d'une recherche visant à saisir et à comprendre l'évolution des formes de différenciation sociale nées de la réhabilitation plurielle du quartier St-Georges à Lyon.

Le recueil des données s'est fait essentiellement par le biais d'une enquête par questionnaire.

1) On s'est intéressé à l'évolution de la composition sociale des différents secteurs du quartier. Pour un échantillon de 238 personnes, on obtient les résultats rassemblés dans le tableau 1.

Secteur	Locataires à revenus élevés	Locataires à revenus moyens	Locataires à revenus faibles	Propriétaires
"Nord-Ferrachat"	13	13	20	7
"Nord-Eglise"	19	28	37	4
"Sud"	2	15	29	8
"Montées"	2	11	18	12

Tableau 1: Localisation des différentes catégories de locataires et des propriétaires

a) Construire un tableau donnant, pour chaque secteur, la fréquence (en %) de chaque catégorie d'habitants.

b) Les quatre secteurs apparaissent-ils socialement différenciés? Formuler une conclusion au niveau descriptif.

2) On s'intéresse ici au "rapport au quartier" des enquêtés selon leur "stabilité".

Le rapport au quartier est évalué à partir d'un indice d'insertion qui prend en compte à la fois le fait que la personne effectue ou non ses courses quotidiennes dans le quartier, sa participation à des associations locales, la localisation de son lieu de travail, etc. Trois modalités sont envisagées ici: "plutôt quartier", "quartier et extérieur", "plutôt extérieur".

La "stabilité" prend en compte à la fois la date d'installation dans le quartier et le projet résidentiel de la personne, d'où les cinq modalités suivantes: "très stables" (TS), "stables" (S), "nouveaux" (N), "mobiles" (M) et "très mobiles" (TM).

Pour 262 personnes interrogées, on obtient le résultat donné dans le tableau 2.

	TS	S	N	M	TM
Plutôt quartier	18	16	21	10	14
Quartier et extérieur	17	27	32	16	11
Plutôt extérieur	4	25	18	16	17

Tableau 2: Rapport au quartier et stabilité

Quelles sont les variables statistiques étudiées? Quelles sont les modalités de chacune d'elles? Quelle est la nature de chacune d'elles?

Exercice 8

On a recensé régulièrement la population d'une agglomération en distinguant trois catégories : âge scolaire, vie active, troisième âge. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

	1975	1980	1985	1990
Age scolaire	299	271	265	270
Vie active	320	340	310	350
Troisième âge	162	182	212	241

- 1) Calculer en pourcentages la part de chaque catégorie pour chacun des recensements.
- 2) Calculer le taux d'augmentation de chaque catégorie entre 1980 et 1985.
- 3) Calculer les indices des effectifs de chaque catégorie de la population (base 100 en 1980).

Réponses : 1)

	1975	1980	1985	1990
Age scolaire	38%	34%	34%	31%
Vie active	41%	43%	39%	41%
Troisième âge	21%	23%	27%	28%

2)

	Variation
Age scolaire	-2.21%
Vie active	-8.82%
Troisième âge	16.5%

3)

	1975	1980	1985	1990
Age scolaire	110	100	98	99
Vie active	94	100	91	102
Troisième âge	89	100	116	132

Exercice 9

Chômage : + 1,3%. La poussée du mois d'août

(...) au mois d'août, le nombre de demandeurs d'emplois a augmenté de 39500, soit une hausse de 1,3% par rapport à la fin juillet. (...) il y a actuellement 3.085.100 chômeurs. (...) leur nombre à 3.085.100, soit 5,3% de plus qu'un an auparavant. (...) Le taux de chômage en France au sens du BIT a atteint 12,6% de la population active en août contre 12,5% en juillet.

Le Télégramme de Brest - 28/09/96

Vérifier la cohérence de ces données. Calculer celles qui sont citées sans que leur valeur ne soit indiquée.

Exercice 10

Dans une enquête d'opinion, on a posé la question ouverte suivante: "Quelles sont les raisons qui, selon vous, peuvent faire hésiter une femme ou un couple à avoir des enfants?" A partir des réponses libres, on a retenu un ensemble de 16 mots pertinents (peur, santé, avenir, chômage, etc.) et compté le nombre d'occurrences de ces mots dans divers corpus constitués à partir des catégories sociales. Voici, pour le mot *chômage* et pour l'ensemble des 16 mots retenus, le nombre d'occurrences dans cinq corpus constitués selon le niveau scolaire du répondant : (1) sans diplôme; (2) CEP; (3) BEPC; (4) Baccalauréat; (5) Université, Grandes écoles, etc.

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	Total
Chomage	71	111	50	40	11	283
les 16 mots	365	606	378	358	164	1871

Par exemple, dans le corpus des réponses fournies par les personnes interrogées qui sont sans diplôme, on compte 71 occurrences du mot *chômage* parmi 365 occurrences des 16 mots pertinents.

Réponses: Les notions de population et de variable statistique ne s'appliquent pas de façon naturelle ici. On peut cependant choisir comme population les 1871 positions de mots repérées dans chacun des corpus. Les variables sont alors le corpus d'origine (nominale ou ordinale, 5 modalités) et la nature du mot (nominale, 16 modalités).

Exercice 11

Lors d'une enquête portant sur une population de 4830 élèves de 3^e, on a noté d'une part la profession du chef de famille et d'autre part le choix professionnel de l'élève. Les résultats sont rassemblés dans le tableau suivant.

Profession du père	Choix professionnel de l'élève								Ensemble
	A	B	C	D	E	F	G	H	
Agriculteurs	4	7	7	8	8	12	12	10	8
Salariés agricoles	0	1	0	4	2	4	3	2	2
Patrons	10	12	13	11	12	8	8	15	12
Pr. lib, cadres sup.	40	18	22	4	5	6	2	4	12
Cadres moyens	24	28	21	23	19	18	9	13	21
Employés	1	4	11	7	6	8	10	5	6
Contremaîtres	7	14	14	18	24	17	19	23	16
O.S., Manœuvres	3	7	8	14	15	13	25	23	12
Personnel de service	3	0	0	3	2	4	3	1	2
Autres	8	9	4	8	7	10	9	4	9
Totaux	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Effectifs	143	613	82	306	953	297	242	190	4830

N.B. L'effectif total, 4830, est plus élevé que la somme des effectifs des 8 colonnes parce que l'ensemble des choix professionnels comprend d'autres catégories que les 8 catégories figurant dans le tableau.

Codage des catégories: A: médecins, B: ingénieurs, C: cadres supérieurs, D: instituteurs, E: techniciens, F: cadres moyens, G: ouvriers qualifiés.

- 1) Préciser la population et les variables statistiques étudiées. Quel est le type (protocole, effectifs, etc) du tableau ci-dessus?
- 2) Critiquer le commentaire suivant:

Sur 100 élèves choisissant la profession de cadres moyens, on constate que 18% ont des pères qui exercent cette profession. Ce pourcentage est élevé: il correspond au mode de la distribution. Il n'y a rien de surprenant à ce que les pères cadres moyens soient fortement représentés dans le groupe d'élèves ayant choisi la même profession. Par contre, on ne trouve dans ce groupe que 8% de pères employés, ce qui est bien peu.

Réponses: 1) Il s'agit d'un tableau de contingence. Les valeurs indiquées sont des fréquences par colonne et non des effectifs.

2) Attention aux bases de calcul des pourcentages. Ce faible pourcentage résulte seulement de ce que les enfants d'employés sont peu représentés dans la population étudiée.