Université de Bretagne Occidentale
U.F.R. de Lettres et Sciences Sociales
CS 93837 - 29238 BREST CEDEX 3

Année Universitaire 2004-05

Section : Psychologie - Licence 3è année

Enseignant responsable : F.G. Carpentier

Corrigé de l'épreuve de Statistiques et Informatique appliquées à la Psychologie

Exercice 1

Selon le département américain des statistiques sur l'emploi, en novembre 1998, la durée moyenne nationale d'inactivité était de 14.6 semaines.
A la même date, le maire de Philadelphie a demandé une étude sur la situation, en termes de chômage, de Philadelphie et de sa périphérie. Sur un échantillon de 15 habitants sans emploi, le nombre de semaines d'inactivité était le suivant :

Sujet	s1	s2	s3	s4	s5	s6	s7	s8	s9	s10	s11	s12	s13	s14	s15
Durée	22	19	7	37	18	11	6	22	5	20	12	1	33	26	13

1) Calculer la moyenne et l'écart type de la variable "durée d'inactivité" sur l'échantillon étudié.

Le tableau des calculs intermédiaires est le suivant :

x_i	22	19	7	37	18	11	6	22	5	20	12	1	33	26	13	252
x_i^2	484	361	49	1369	324	121	36	484	25	400	144	1	1089	676	169	5732

D'où : $\overline{x} = \dfrac{252}{15} = 16.8$; $s^2 = \dfrac{5732}{15} - 16.8^2 = 99.89$; $s = 9.99$; $s_c = \sqrt{\dfrac{15}{14}}9.99 = 10.35$.

2) Effectuer un test d'hypothèses pour déterminer si la durée moyenne d'inactivité à Philadelphie est différente de la durée moyenne nationale, égale à 14.6 semaines. On utilisera un test bilatéral, avec un seuil de 5%.

Soit μ la durée moyenne d'inactivité à Philadelphie (inconnue). Il s'agit ici de comparer la moyenne μ à la "norme" 14.6. Les hypothèses du test sont donc :
- $H_0 : \mu = 14.6$
- $H_1 : \mu \neq 14.6$

La statistique de test est $t = \dfrac{\overline{x} - 14.6}{E}$ avec $E^2 = \dfrac{s_c^2}{n}$. Elle suit une loi de Student à $n-1$, c'est-à-dire 14 ddl. Pour un seuil de 5% bilatéral, on lit dans la table : $t_{crit} = 2.1448$. La règle de décision du test est donc :
- Si $-2.14 \leq t_{obs} \leq 2.14$, on retient H_0 ;
- Si $|t_{obs}| > 2.14$, on retient H_1.

Le calcul donne ici : $E^2 = \dfrac{107.03}{15} = 7.14$ et $E = 2.67$. D'où $t_{obs} = \dfrac{16.8 - 14.6}{2.67} = 0.82$. Par conséquent, on retient H_0 : on n'a pas mis en évidence de différence entre la durée moyenne d'inactivité à Philadelphie et la durée moyenne nationale.

Exercice 2

Siiter et Ellison (1984) se sont proposé d'étudier les stéréotypes de la "personnalité du policier". Aux dires de ces chercheurs, il existe une croyance communément admise selon laquelle les fonctionnaires chargés de l'application de la loi constituent un groupe socio-professionnel à part. Beaucoup de personnes croient que les représentants de la police sont en général plus *autoritaires* que les autres gens. Siiter et Ellison ont testé ce stéréotype dans deux groupes de sujets de sexe masculin : un groupe d'étudiants et un groupe de fonctionnaires de police.
Tous les sujets ont, à deux reprises, rempli une échelle standard d'autoritarisme : une fois par rapport à leurs propres croyances, et l'autre fois en imaginant comment répondrait un membre typique de l'autre groupe (facteur "Cible" à deux modalités : "soi-même" et "autrui").
Dans une reprise de cette expérience, on utilise 25 sujets dans chacun des deux groupes. Les données observées sont les suivantes :

	Etudiants				Officiers de police		
	Soi-même	Autrui	Différence		Soi-même	Autrui	Différence
S1	86	107	-21	S'1	117	134	17
S2	86	105	-19	S'2	94	83	-11
S3	84	124	-40	S'3	112	93	-19
S4	84	135	-51	S'4	94	112	18
S5	85	121	-36	S'5	123	106	-17
S6	84	135	-51	S'6	85	94	9
S7	104	96	8	S'7	135	62	-73
S8	55	95	-40	S'8	109	69	-40
S9	69	115	-46	S'9	100	99	-1
S10	87	83	4	S'10	83	74	-9
S11	103	124	-21	S'11	107	69	-38
S12	106	129	-23	S'12	83	74	-9
S13	103	107	-4	S'13	88	83	-5
S14	106	90	16	S'14	118	105	-13
S15	121	151	-30	S'15	120	97	-23
S16	58	127	-69	S'16	78	97	19
S17	90	130	-40	S'17	107	86	-21
S18	110	118	-8	S'18	113	105	-8
S19	105	124	-19	S'19	91	129	38
S20	93	127	-34	S'20	112	78	-34
S21	55	143	-88	S'21	108	106	-2
S22	75	115	-40	S'22	94	81	-13
S23	100	72	28	S'23	108	107	-1
S24	112	107	5	S'24	68	52	-16
S25	105	121	-16	S'25	103	85	-18

	Etudiants			Officiers de police		
	Soi-même	Autrui	Différence	Soi-même	Autrui	Différence
Moyenne	90.64	116.04	-25.4	102	91.2	-10.8
Ecart type corrigé	17.97	18.75	26.66	15.92	19.73	22.39

1) Dans les estimations de soi, y a-t-il une différence significative entre les deux groupes ? Pour répondre à cette question, on a réalisé un test de comparaison de moyennes sur deux groupes indépendants à l'aide de Statistica. On a obtenu le résultat suivant :

Variable	Tests t ; Classmt : Groupe (policiers25sujets.sta) Groupe1: Etudiant Groupe2: Officier de police Moyenne Etudiant	Moyenne Officier de police	Valeur t	dl	p	N Actifs Etudiant	N Actifs Officier de police	Ecart-Type Etudiant
Soi-même	90,6400C	102,000C	-2,36549	48	0,022094	25	25	17,97424

Interpréter les résultats fournis par Statistica.

Statistica obtient $t_{obs} = -2.365$, et un niveau de significativité (bilatéral) de 0.0221, c'est-à-dire 2.21%. Comme ce niveau de significativité est inférieur au seuil de 5% (utilisé dans tout le reste de l'exercice), on conclut à une différence significative entre les deux groupes. Autrement dit les policiers se jugent plus autoritaires que les étudiants ne se jugent eux-mêmes.

2) Les officiers de police s'estiment-ils plus autoritaires que les représentants typiques du groupe des étudiants ? Répondre à cette question en utilisant un test unilatéral, avec un seuil de 5%.

L'expression "représentants *typiques* du groupe des étudiants" fait référence à la cible "autrui" chez les policiers. Dans cette question, on compare donc les variables X_1 "soi-même" et X_2 "autrui" dans le groupe des policiers. Ces deux séries de scores ayant été toutes deux attribuées par l'échantillon de policiers, il s'agit d'une comparaison de moyennes sur deux groupes appareillés. Désignons par μ_1 et μ_2 les moyennes de X_1 et X_2 dans la population parente. Les hypothèses du test s'écrivent :
- $H_0 : \mu_1 = \mu_2$
- $H_1 : \mu_1 > \mu_2$

Conformément aux indications de l'énoncé, nous calculerons les différences dans le sens "condition 2" − "condition 1". La statistique de test est $t = \dfrac{\overline{x_2} - \overline{x_1}}{E}$ avec $E^2 = \dfrac{s_c^2}{n}$, où s_c^2 est la variance corrigée de la série des différences individuelles. Elle suit une loi de Student à $n-1$, c'est-à-dire 24 ddl. Pour un seuil de 5% unilatéral, on lit dans la table : $t_{lue} = 1.71$. Compte tenu du sens choisi pour calculer les différences, l'hypothèse alternative H_1 (qui s'écrit aussi $\mu_2 - \mu_1 < 0$) correspond aux valeurs négatives de la statistique de test ; la valeur critique est donc $t_{crit} = -1.71$ et la règle de décision du test est :
- Si $t_{obs} \geq -1.71$, on retient H_0 ;
- Si $t_{obs} < -1.71$, on retient H_1.

Le calcul donne ici : $E^2 = \dfrac{22.39^2}{25}$ et $E = 4.478$. D'où $t_{obs} = \dfrac{-10.8}{4.478} = -2.41$. Par conséquent, on retient H_1 : le score d'autorité que les policiers s'attribuent est significativement plus élevé que celui qu'ils attribuent aux étudiants.

3) Les scores que les étudiants se sont attribués sont-ils significativement différents de ceux qui leur ont été attribués par le groupe des officiers de police ? Répondre à cette question en utilisant un test bilatéral, avec un seuil de 5%.

Dans cette question, on compare donc les variables X_1 "soi-même" chez les étudiants et X_2 "autrui" chez les policiers. Il s'agit ici d'une comparaison de moyennes sur deux groupes indépendants. Désignons par μ_1 et μ_2 les moyennes de X_1 et X_2 dans la population parente. Les hypothèses du test s'écrivent :
- $H_0 : \mu_1 = \mu_2$
- $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

La statistique de test est $t = \dfrac{\overline{x_2} - \overline{x_1}}{E}$ avec $E^2 = \dfrac{s_{c1}^2 + s_{c2}^2}{n}$. Elle suit une loi de Student à $2n-2$, c'est-à-dire 48 ddl. Pour un seuil de 5% bilatéral, on lit dans la table : $t_{crit} = 2.01$. La règle de

décision du test est :
- Si $|t_{obs}| \leq 2.01$, on retient H_0 ;
- Si $|t_{obs}| > 2.01$, on retient H_1.

Le calcul donne ici : $E^2 = \dfrac{17.97^2 + 19.73^2}{25}$ et $E = 5.34$. D'où $t_{obs} = \dfrac{91.20 - 90.64}{5.34} = 0.105$. Par conséquent, on retient H_0 : les scores d'autorité attribués aux étudiants ne sont pas significativement différents, qu'ils soient attribués par les policiers ou par les étudiants eux-mêmes.

4) Les scores que les officiers de police se sont attribués sont-ils significativement plus faibles de ceux qui leur ont été attribués par le groupe des étudiants ? Répondre à cette question en utilisant un test unilatéral, avec un seuil de 5%.

Dans cette question, on compare donc les variables X_1 "soi-même" chez les policiers et X_2 "autrui" chez les étudiants. Il s'agit d'une comparaison de moyennes sur deux groupes indépendants. Désignons par μ_1 et μ_2 les moyennes de X_1 et X_2 dans les populations parentes. Les hypothèses du test s'écrivent :
- $H_0 : \mu_1 = \mu_2$
- $H_1 : \mu_1 < \mu_2$

Comme précédemment, nous calculerons les différences dans le sens "condition 2" $-$ "condition 1". La statistique de test est $t = \dfrac{\overline{x_2} - \overline{x_1}}{E}$ avec $E^2 = \dfrac{s_{c1}^2 + s_{c2}^2}{n}$. Elle suit une loi de Student à $2n - 2$, c'est-à-dire 48 ddl. Pour un seuil de 5% unilatéral, on lit dans la table : $t_{lue} = 1.68$. Compte tenu du sens choisi pour calculer les différences, l'hypothèse alternative H_1 (qui s'écrit aussi $\mu_2 - \mu_1 > 0$) correspond aux valeurs positives de la statistique de test ; la valeur critique est donc $t_{crit} = 1.68$ et la règle de décision du test est :
- Si $t_{obs} \leq 1.68$, on retient H_0 ;
- Si $t_{obs} > 1.68$, on retient H_1.

Le calcul donne ici : $E^2 = \dfrac{15.92^2 + 18.75^2}{25}$ et $E = 4.92$. D'où $t_{obs} = \dfrac{116.04 - 102.00}{4.92} = 2.85$. Par conséquent, on retient H_1 : le score d'autorité que les policiers s'attribuent est significativement plus faible que celui que les étudiants leur attribuent.

5) Quelle(s) conclusion(s) peut-on tirer de cette étude ? En particulier, peut-on affirmer que cette étude suggère que l'autoritarisme des officiers de police est surestimé par les étudiants de sexe masculin ?

Les étudiants et les policiers sont d'accord pour estimer les policiers plus autoritaires que les étudiants. En effet, d'une part, les estimations de soi vont dans ce sens (cf. question 1), d'autre part les comparaisons "soi-même" v/s "autrui" confirment le résultat (cf. question 2 pour les policiers ; le test n'a pas été réalisé mais conduirait à un résultat analogue pour les étudiants).
D'autre part, la question 3 montre que, s'agissant des étudiants, les estimations de soi (réalisées par les étudiants) et les estimations d'autrui (réalisées par les policiers) concordent. L'autoritarisme des étudiants est estimé de la même façon par les étudiants et les policiers : les deux échelles sont donc comparables.
Enfin, la question 4 montre que, s'agissant des policiers, les estimations de soi (réalisées par les policiers) sont significativement plus faibles que les estimations d'autrui (réalisées par les étudiants). Combiné avec le résultat de la question 3, ce résultat semble montrer que l'autoritarisme des policiers est surestimé par les étudiants.

Exercice 3

Dans le cadre d'une étude sur le tabagisme chez la femme enceinte, on interroge 100 sujets au 3è et au 8è mois de grossesse. On obtient les résultats suivants :

		Fumeur 8è mois	
		oui	non
Fumeur	oui	35	15
3è mois	non	5	45

1) On souhaite étudier si le comportement vis-à-vis du tabac chez la femme enceinte est le même en début de grossesse (3è mois) et en fin de grossesse (8è mois).
Proposer un test permettant de réaliser cette étude.

Il s'agit ici de comparer deux proportions (proportion de fumeuses au 3è mois v/s proportion de fumeuses au 8è mois) sur deux groupes appareillés (les mêmes sujets sont été interrogés au 3è et au 8è mois). On peut donc traiter ces données à l'aide d'un test du χ^2 de Mac Nemar ou de la statistique Z permettant de comparer des proportions sur deux groupes appareillés.

2) Réaliser le test (en utilisant un seuil de 5%) et conclure.

Le test porte sur les effectifs de "discordance". On considère la population des sujets dont le comportement vis-à-vis du tabac a changé entre le 3è et le 8è mois. Soit p_1 la proportion de sujets fumeurs au 3è mois qui ne le sont plus au 8è et p_2 la proportion de sujets qui se sont mis à fumer entre le 3è et le 8è mois. Les hypothèses du test peuvent être exprimées par :
- $H_0 : p_1 = p_2$
- $H_1 : p_1 \neq p_2$

La statistique de test est ici $\chi^2 = \dfrac{(b-c)^2}{b+c}$, qui suit une loi du χ^2 à 1 ddl, (ou, de manière équivalente, $Z = \dfrac{b-c}{\sqrt{b+c}}$ qui suit une loi normale centrée réduite). On a ici $b = 15$ et $c = 5$.
Pour la loi du χ^2, la valeur critique lue dans la table est $\chi^2_{crit} = 3.84$. La règle de décision est donc :
- Si $\chi^2_{obs} \leq 3.84$, on retient H_0 ;
- Si $\chi^2_{obs} > 3.84$, on retient H_1.

Le calcul donne : $\chi^2_{obs} = \dfrac{(15-5)^2}{15+5} = 5$, et on conclut donc sur H_1 : le comportement des sujets vis-à-vis du tabac a changé significativement entre le 3è et le 8è mois de grossesse.
N.B. Il serait préférable d'utiliser la correction de Yates. On obtient alors : $\chi^2_{obs} = \dfrac{((15-5)-1)^2}{15+5} =$ 4.05, et la conclusion reste la même.

Exercice 4

On réalise une enquête sur la satisfaction professionnelle éprouvée par les personnes actives, selon la profession. La satisfaction professionnelle est mesurée par 18 facteurs, sur une échelle de 1 à 5. La somme des évaluations des 18 facteurs est utilisée comme mesure de la satisfaction professionnelle. Une évaluation élevée correspond à un fort degré de satisfaction professionnelle. Pour un échantillon de 10 juristes et un échantillon de 10 analystes informatiques, les données observées sont les suivantes :

Juristes	41	42	42	44	45	48	50	53	64	76
Analystes	38	44	55	60	62	64	66	71	73	74

1) Un statisticien conseille aux auteurs de l'enquête d'utiliser un test non paramétrique pour étudier ces données. Quelles sont les raisons qui l'amènent à faire ce choix ?

Il s'agit ici de comparer deux groupes indépendants. Le test paramétrique adapté à ce type de situation est soumis à des conditions d'application : normalité de la distribution de la VD dans les populations parentes, égalité des variances de la VD dans les populations parentes. Or, ici, la dispersion des valeurs de la VD semble importante, et d'autre part, l'énoncé nous indique que la variable étudiée est dérivée à partir de variables ordinales (facteurs mesurés sur une échelle de 1 à 5). La condition de normalité de la VD n'est donc peut-être pas vérifiée. Il semble donc préférable d'utiliser un test non paramétrique, qui n'est soumis à aucune condition d'application particulière.

2) Etudier, à l'aide d'un test de Wilcoxon-Mann-Whitney, si la satisfaction professionnelle est plus élevée chez les analystes que chez les juristes (test unilatéral au seuil de 5%). Compte tenu des tailles d'échantillons, on pourra, au choix, utiliser la table du test de Wilcoxon-Mann-Whitney ou l'approximation par une loi normale.

Le protocole des rangs est donné par :

Juristes	2	3.5	3.5	5.5	7	8	9	10	14.5	20	83
Analystes	1	5.5	11	12	13	14.5	16	17	18	19	127

Les hypothèses du test peuvent être formulées de la façon suivantes :
- H_0 : Les populations parentes de juristes et d'analystes s'interclassent de manière homogène ;
- H_1 : La population parente des juristes se place plutôt en début de classement.

En utilisant la table du test de Wilcoxon-Mann-Whitney, on obtient, pour $n_1 = n_2 = 10$, $W_s = 82$. Comme on a ici $W = 83$, on conclut sur H_0 : les différences observées sur les échantillons ne sont pas significatives.

Si on utilise l'approximation par la loi normale, on lit, dans la table, pour un seuil de 5% unilatéral, $Z_{lu} = 1.645$. Si nous calculons les différences dans le sens "Condition 1" − "Condition 2", l'hypothèse alternative correspond aux valeurs négatives de la statistique de test, et nous aurons donc $Z_{crit} = -1.645$ et la règle de décision suivante :
- Si $Z_{obs} \geq -1.645$, on retient H_0.
- Si $Z_{obs} < -1.645$, on retient H_1.

Le calcul donne : $E^2 = \dfrac{21 \times 20^2}{12 \times 100} = 7$; $Z_{obs} = \dfrac{8.3 - 12.7}{\sqrt{7}} = -1.66$.

Il semblerait donc qu'il faille retenir H_1, ce qui contredit dans une certaine mesure le résultat obtenu avec la table. Trois éléments peuvent expliquer cette contradiction :
- La valeur Z_{obs} est très proche de la valeur critique, ce qui indique bien un niveau de significativité proche de 5%.
- Les tailles des échantillons sont à la limite de l'utilisation de l'approximation par la loi normale ($n_1 = n_2 = 10$)
- Il y a trois cas d'ex-aequos dans les échantillons fournis, alors que les statistiques sont calculées pour des données sans ex-aequos.

Dans une telle situation, la meilleure attitude consiste à "retenir son jugement", c'est-à-dire à retenir H_0 : les échantillons observés n'ont pas mis clairement en évidence une différence entre les juristes et les analystes (mais cette différence existe peut-être).