5 Classification Ascendante Hiérarchique

5.1 Introduction

Classifier, c'est regrouper entre eux des objets similaires selon tel ou tel critère. Les diverses techniques de classification (ou d'"analyse typologique", de "taxonomie", ou "taxinomie" ou encore "analyse en clusters" (amas)) visent toutes à répartir *n* individus, caractérisés par *p* variables X_1, X_2, ..., X_p en un certain nombre m de sous-groupes aussi homogènes que possible.
On distingue deux grandes familles de techniques de classification :

- La classification non hiérarchique ou partitionnement, aboutissant à la décomposition de l'ensemble de tous les individus en m ensembles disjoints ou classes d'équivalence ; le nombre m de classes est fixé.
- La classification hiérarchique : pour un niveau de précision donné, deux individus peuvent être confondus dans un même groupe, alors qu'à un niveau de précision plus élevé, ils seront distingués et appartiendront à deux sous-groupes différents.

Remarques. Ces méthodes jouent un rôle un peu à part dans l'univers des méthodes statistiques. En effet :

- L'aspect inférentiel est ici inexistant ;
- Il existe un grand nombre de variantes de ces méthodes, et on peut être amené à appliquer plusieurs de ces méthodes sur un même jeu de données, jusqu'à obtenir une classification "qui fasse sens" ;
- Au contraire des méthodes factorielles, l'accent est souvent mis sur les n individus et non sur les p variables qui les décrivent.

5.2 Exemple

5.2.1 Enoncé

On reprend le cas "Basket", qui a été présenté au paragraphe 2.5.1 page 16.

5.2.2 Choix des variables représentant les individus

Une première étape consiste à choisir une mesure de la "dissimilarité" ou "distance" entre les sujets. Mais, les variables de départ (Taille en cm, Poids, ...) s'expriment avec des unités différentes et prennent leurs valeurs sur des échelles difficilement comparables. Nous choisissons donc de représenter les individus à l'aide des variables centrées réduites associées aux variables de départ (en utilisant l'écart type corrigé comme dénominateur) :

	TAI	VIT	DET	PAS	LEG	STA
I1	-1,1125	1,3473	1,5025	0,9702	1,1665	0,5535
I2	-0,0056	-0,7615	-0,7446	0,9702	-1,0845	-0,9793
I3	1,1013	-0,9724	-0,6643	1,5023	-0,9514	0,0426
I4	-0,8106	1,1364	0,9407	1,2120	1,1423	0,5535
I5	-1,1125	1,3473	0,9407	-0,2392	1,2391	1,0644
I6	-0,6093	0,7146	1,1012	-0,2876	0,9124	0,8090
I7	-1,1125	0,5038	0,9407	-0,4810	1,3964	-1,2347
I8	-1,3137	1,3473	1,4222	-0,9648	1,2028	-2,0011
I9	-1,5150	1,3473	1,4222	-1,4485	1,2028	-1,7456
I10	-0,0056	-1,3941	-0,8248	1,0669	-0,4673	-1,2347
I11	0,4975	-0,1289	-0,2630	1,2120	-0,3705	-0,2129
I12	-0,1062	0,0820	-0,6643	-0,4810	-0,2857	0,2980
I13	0,3969	-0,3398	-0,6643	-0,0941	-0,5278	1,0644
I14	1,1013	-0,7615	-0,8248	-0,7229	-1,0240	0,5535
I15	1,0007	-0,5506	-1,0656	-0,8197	-0,9877	0,2980
I16	1,1013	-0,5506	-1,2261	-1,2067	-0,6246	0,8090
I17	1,1013	-0,9724	-0,6643	-1,2067	-1,0966	0,2980
I18	1,4032	-1,3941	-0,6643	1,0185	-0,8424	1,0644

5.2.3 Choix d'un indice de dissimilarité ou distance entre individus

Chaque individu statistique est ici représenté par 6 "coordonnées", à savoir les valeurs des variables centrées réduites associées aux 6 variables TAI, VIT, DET, PAS, LEG, STA. Pour évaluer la dissimilarité entre les individus, nous utiliserons la distance euclidienne. Autrement dit, si les coordonnées des individus I_i et I_j sont données par : $(x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, x_{i4}, x_{i5}, x_{i6})$ et $(x_{j1}, x_{j2}, x_{j3}, x_{j4}, x_{j5}, x_{j6})$, on a :

$$d(I_i,I_j) = \sqrt{(x_{i1} - x_{j1})^2 + (x_{i2} - x_{j2})^2 + (x_{i3} - x_{j3})^2 + (x_{i4} - x_{j4})^2 + (x_{i5} - x_{j5})^2 + (x_{i6} - x_{j6})^2}$$

Ainsi, la distance entre les sujets I1 et I2 est donnée par :

$$d(I_1,I_2) = \sqrt{(-1{,}1125 + 0{,}0056)^2 + (1{,}3473 + 0{,}7615)^2 + ... + (0{,}5535 + 0{,}9793)^2} = 4{,}2588$$

Le tableau des distances mutuelles entre sujets est ainsi donné par :

Dist. Euclidiennes (Basket-CR.sta)

	I1	I2	I3	I4	I5	I6	I7	I8	I9	I10	I11	I12	I13	I14	I15	I16	I17	I18
I1	0,00	4,26	4,47	0,71	1,43	1,59	2,53	3,21	3,36	4,48	3,30	3,40	3,75	4,74	4,75	4,89	4,99	4,78
I2	4,26	0,00	1,62	3,80	4,42	3,84	3,74	4,57	4,81	0,93	1,43	2,26	2,44	2,54	2,45	3,11	2,77	2,57
I3	4,47	1,62	0,00	3,93	4,66	4,02	4,55	5,52	5,76	1,87	1,31	2,65	2,16	2,30	2,41	2,92	2,72	1,25
I4	0,71	3,80	3,93	0,00	1,58	1,62	2,57	3,43	3,63	4,00	2,76	3,03	3,31	4,34	4,35	4,50	4,65	4,26
I5	1,43	4,42	4,66	1,58	0,00	0,92	2,47	3,19	3,12	4,66	3,54	2,86	3,29	4,25	4,24	4,20	4,45	4,73
I6	1,59	3,84	4,02	1,62	0,92	0,00	2,18	3,07	3,05	4,05	2,96	2,35	2,72	3,58	3,61	3,63	3,75	4,06
I7	2,53	3,74	4,55	2,57	2,47	2,18	0,00	1,36	1,53	3,72	3,39	2,99	3,83	4,33	4,21	4,42	4,33	5,01
I8	3,21	4,57	5,52	3,43	3,19	3,07	1,36	0,00	0,58	4,67	4,33	3,89	4,82	5,18	5,03	5,27	5,12	6,06
I9	3,36	4,81	5,76	3,63	3,12	3,05	1,53	0,58	0,00	4,92	4,58	3,91	4,86	5,21	5,05	5,23	5,11	6,21
I10	4,48	0,93	1,87	4,00	4,66	4,05	3,72	4,67	4,92	0,00	1,80	2,64	2,82	2,89	2,82	3,39	3,06	2,73
I11	3,30	1,43	1,31	2,76	3,54	2,96	3,39	4,33	4,58	1,80	0,00	1,92	1,89	2,42	2,42	2,90	2,81	2,12
I12	3,40	2,26	2,65	3,03	2,86	2,35	2,99	3,89	3,91	2,64	1,92	0,00	1,11	1,69	1,55	1,75	1,94	2,76
I13	3,75	2,44	2,16	3,31	3,29	2,72	3,83	4,82	4,86	2,82	1,89	1,11	0,00	1,27	1,38	1,47	1,75	1,86
I14	4,74	2,54	2,30	4,34	4,25	3,58	4,33	5,18	5,21	2,89	2,42	1,69	1,27	0,00	**0,43**	0,82	0,61	1,96
I15	4,75	2,45	2,41	4,35	4,24	3,61	4,21	5,03	5,05	2,82	2,42	1,55	1,38	**0,43**	0,00	0,76	0,71	2,24
I16	4,89	3,11	2,92	4,50	4,20	3,63	4,42	5,27	5,23	3,39	2,90	1,75	1,47	0,82	0,76	0,00	0,99	2,49
I17	4,99	2,77	2,72	4,65	4,45	3,75	4,33	5,12	5,11	3,06	2,81	1,94	1,75	0,61	0,71	0,99	0,00	2,42
I18	4,78	2,57	1,25	4,26	4,73	4,06	5,01	6,06	6,21	2,73	2,12	2,76	1,86	1,96	2,24	2,49	2,42	0,00

Le minimum non nul de ce tableau est 0,43 et correspond à la distance entre les sujets I14 et I15. Le premier groupe sera donc formé en réunissant ces deux sujets.

5.2.4 Choix d'un indice d'agrégation et algorithme de classification

Pour poursuivre la méthode, il faut maintenant faire le choix d'une "distance" entre groupes (ou entre un individu et un groupe). Choisissons, par exemple, l'indice d'agrégation défini par la méthode du "saut minimal". La distance D entre deux groupes A et B est alors définie par :

$$D(A,B) = \min_{I \in A} \min_{J \in B} d(I,J)$$

Le tableau des distances mutuelles entre les 17 objets restant après regroupement de I14 et I15 est donné par :

	I1	I2	I3	I4	I5	I6	I7	I8	I9	I10	I11	I12	I13	I14 I15	I16	I17	I18
I1	0	4,26	4,47	0,71	1,43	1,59	2,53	3,21	3,36	4,48	3,3	3,4	3,75	4,74	4,89	4,99	4,78
I2	4,26	0	1,62	3,8	4,42	3,84	3,74	4,57	4,81	0,93	1,43	2,26	2,44	2,45	3,11	2,77	2,57
I3	4,47	1,62	0	3,93	4,66	4,02	4,55	5,52	5,76	1,87	1,31	2,65	2,16	2,3	2,92	2,72	1,25
I4	0,71	3,8	3,93	0	1,58	1,62	2,57	3,43	3,63	4	2,76	3,03	3,31	4,34	4,5	4,65	4,26
I5	1,43	4,42	4,66	1,58	0	0,92	2,47	3,19	3,12	4,66	3,54	2,86	3,29	4,24	4,2	4,45	4,73
I6	1,59	3,84	4,02	1,62	0,92	0	2,18	3,07	3,05	4,05	2,96	2,35	2,72	3,58	3,63	3,75	4,06
I7	2,53	3,74	4,55	2,57	2,47	2,18	0	1,36	1,53	3,72	3,39	2,99	3,83	4,21	4,42	4,33	5,01
I8	3,21	4,57	5,52	3,43	3,19	3,07	1,36	0	**0,58**	4,67	4,33	3,89	4,82	5,03	5,27	5,12	6,06
I9	3,36	4,81	5,76	3,63	3,12	3,05	1,53	**0,58**	0	4,92	4,58	3,91	4,86	5,05	5,23	5,11	6,21

I10	4,48	0,93	1,87	4	4,66	4,05	3,72	4,67	4,92	0	1,8	2,64	2,82	2,82	3,39	3,06	2,73
I11	3,3	1,43	1,31	2,76	3,54	2,96	3,39	4,33	4,58	1,8	0	1,92	1,89	2,42	2,9	2,81	2,12
I12	3,4	2,26	2,65	3,03	2,86	2,35	2,99	3,89	3,91	2,64	1,92	0	1,11	1,55	1,75	1,94	2,76
I13	3,75	2,44	2,16	3,31	3,29	2,72	3,83	4,82	4,86	2,82	1,89	1,11	0	1,27	1,47	1,75	1,86
I14 I15	4,74	2,45	2,3	4,34	4,24	3,58	4,21	5,03	5,05	2,82	2,42	1,55	1,27	0	0,76	0,61	1,96
I16	4,89	3,11	2,92	4,5	4,2	3,63	4,42	5,27	5,23	3,39	2,9	1,75	1,47	0,76	0	0,99	2,49
I17	4,99	2,77	2,72	4,65	4,45	3,75	4,33	5,12	5,11	3,06	2,81	1,94	1,75	0,61	0,99	0	2,42
I18	4,78	2,57	1,25	4,26	4,73	4,06	5,01	6,06	6,21	2,73	2,12	2,76	1,86	1,96	2,49	2,42	0

Le minimum non nul de ce tableau est 0,58, distance entre les sujets I8 et I9. Ce sont donc ces deux individus qui seront regroupés à cette étape, ce qui conduit au tableau de distances suivant :

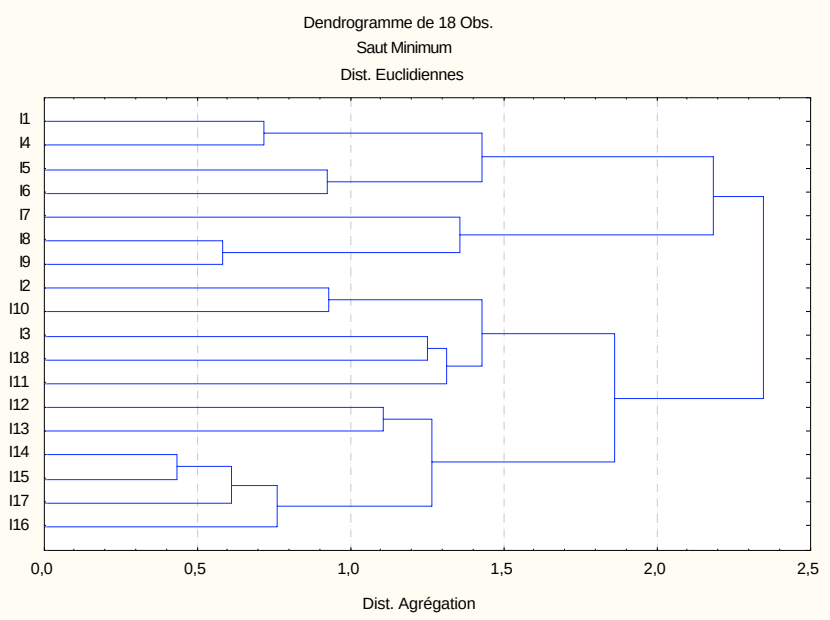
	I1	I2	I3	I4	I5	I6	I7	I8 I9	I10	I11	I12	I13	I14 I15	I16	I17	I18
I1	0	4,26	4,47	0,71	1,43	1,59	2,53	3,21	4,48	3,3	3,4	3,75	4,74	4,89	4,99	4,78
I2	4,26	0	1,62	3,8	4,42	3,84	3,74	4,57	0,93	1,43	2,26	2,44	2,45	3,11	2,77	2,57
I3	4,47	1,62	0	3,93	4,66	4,02	4,55	5,52	1,87	1,31	2,65	2,16	2,3	2,92	2,72	1,25
I4	0,71	3,8	3,93	0	1,58	1,62	2,57	3,43	4	2,76	3,03	3,31	4,34	4,5	4,65	4,26
I5	1,43	4,42	4,66	1,58	0	0,92	2,47	3,12	4,66	3,54	2,86	3,29	4,24	4,2	4,45	4,73
I6	1,59	3,84	4,02	1,62	0,92	0	2,18	3,05	4,05	2,96	2,35	2,72	3,58	3,63	3,75	4,06
I7	2,53	3,74	4,55	2,57	2,47	2,18	0	1,36	3,72	3,39	2,99	3,83	4,21	4,42	4,33	5,01
I8 I9	3,21	4,57	5,52	3,43	3,12	3,05	1,36	0	4,67	4,33	3,89	4,82	5,03	5,23	5,11	6,06
I10	4,48	0,93	1,87	4	4,66	4,05	3,72	4,67	0	1,8	2,64	2,82	2,82	3,39	3,06	2,73
I11	3,3	1,43	1,31	2,76	3,54	2,96	3,39	4,33	1,8	0	1,92	1,89	2,42	2,9	2,81	2,12
I12	3,4	2,26	2,65	3,03	2,86	2,35	2,99	3,89	2,64	1,92	0	1,11	1,55	1,75	1,94	2,76
I13	3,75	2,44	2,16	3,31	3,29	2,72	3,83	4,82	2,82	1,89	1,11	0	1,27	1,47	1,75	1,86
I14 I15	4,74	2,45	2,3	4,34	4,24	3,58	4,21	5,03	2,82	2,42	1,55	1,27	0	0,76	**0,61**	1,96
I16	4,89	3,11	2,92	4,5	4,2	3,63	4,42	5,23	3,39	2,9	1,75	1,47	0,76	0	0,99	2,49
I17	4,99	2,77	2,72	4,65	4,45	3,75	4,33	5,11	3,06	2,81	1,94	1,75	**0,61**	0,99	0	2,42
I18	4,78	2,57	1,25	4,26	4,73	4,06	5,01	6,06	2,73	2,12	2,76	1,86	1,96	2,49	2,42	0

Le minimum non nul de ce tableau est 0,61 et correspond à la distance entre le groupe {I14, I15} et le sujet I17. Un nouveau groupe, rassemblant I14, I15 et I17 est donc formé.

En poursuivant la méthode, on obtient la suite d'objets suivante :

	Objet # 1	Objet # 2	Objet # 3	Objet # 4	Objet # 5	Objet # 6	Objet # 7	Objet # 8	Objet # 9	Objet # 10	Objet # 11	Objet # 12	Objet # 13	Objet # 14	Objet # 15	Objet # 16	Objet # 17	Objet # 18
,4341613	I14	I15																
,5828903	I8	I9																
,6121795	I14	I15	I17															
,7143260	I1	I4																
,7605890	I14	I15	I17	I16														
,9238485	I5	I6																
,9285629	I2	I10																
1,107561	I12	I13																
1,248607	I3	I18																
1,265891	I12	I13	I14	I15	I17	I16												
1,313007	I3	I18	I11															
1,357462	I7	I8	I9															
1,428591	I2	I10	I3	I18	I11													
1,429821	I1	I4	I5	I6														
1,860421	I2	I10	I3	I18	I11	I12	I13	I14	I15	I17	I16							
2,184427	I1	I4	I5	I6	I7	I8	I9											
2,346147	I1	I4	I5	I6	I7	I8	I9	I2	I10	I3	I18	I11	I12	I13	I14	I15	I17	I16

Le résultat est cependant plus lisible lorsqu'il est représenté sous forme de dendrogramme :



Le dendrogramme nous donne la composition des différentes classes, ainsi que l'ordre dans lequel elles ont été formées. Il nous indique également, sur l'axe horizontal, quelle était la valeur de l'indice entre les deux classes qui ont été agrégées à une étape donnée. Sur l'exemple proposé, on voit un "saut" de l'indice entre la partition en 4 classes et les partitions en 3, 2, 1 classes. Il pourrait être intéressant d'étudier plus précisément cette partition en 4 classes.

5.3 Les 4 étapes de la méthode

5.3.1 Choix des variables représentant les individus

Dans le cas où les données observées sont les valeurs de p variables numériques sur n individus, on pourra choisir d'effectuer une classification des individus, ou une classification des variables. On peut choisir, par exemple, de retenir certains "traits" des individus (autrement dit certaines variables qui ont servi à les décrire) et réaliser la classification sur les individus décrits par ce choix de variables.
On peut noter qu'il revient au même par exemple :

- de réaliser la CAH des individus à partir de p variables centrées réduites ;
- de réaliser la CAH des individus à partir des p facteurs obtenus à l'aide d'une ACP normée sur les variables précédentes.

Toutefois, il peut être intéressant de réaliser la CAH à partir des q premiers facteurs (q<p). Cela a pour effet d'éliminer une partie des variations entre individus, qui correspond en général à des fluctuations aléatoires, c'est-à-dire à un "bruit statistique".

Dans le cas où les données observées sont représentées par un tableau de contingence, c'est-à-dire sont les valeurs de 2 variables nominales sur n individus, on pourra effectuer une CAH des modalités-lignes par exemple, à partir des coordonnées lignes obtenues par une AFC. On pourra, de même, réaliser une CAH des modalités-colonnes.

Enfin, si les données observées sont les valeurs de p variables nominales sur n individus, on pourra effectuer une CAH des individus en partant du tableau disjonctif complet, ou en utilisant les coordonnées des individus obtenues par une ACM. On pourra également traiter les modalités comme dans le cas d'une AFC.

5.3.2 Choix d'un indice de dissimilarité

De nombreuses mesures de la "distance" entre individus ont été proposées. Le choix d'une (ou plusieurs) d'entre elles dépend des données étudiées. Statistica nous propose les mesures suivantes :

- Distance Euclidienne. C'est probablement le type de distance le plus couramment utilisé. Il s'agit simplement d'une distance géométrique dans un espace multidimensionnel.

$$d(I_i,I_j) = \sqrt{\sum_k (x_{ik} - x_{jk})^2}$$

- Distance Euclidienne au carré. On peut élever la distance euclidienne standard au carré afin de "sur-pondérer" les objets atypiques (éloignés).

$$d(I_i,I_j) = \sum_k (x_{ik} - x_{jk})^2$$

- Distance du City-block (Manhattan) :

$$d(I_i,I_j) = \sum_k \left|x_{ik} - x_{jk}\right|$$

- Distance de Tchebychev :

$$d(I_i,I_j) = Max \left|x_{ik} - x_{jk}\right|$$

- Distance à la puissance.

$$d(I_i,I_j) = \left(\sum_k \left|x_{ik} - x_{jk}\right|^p\right)^{1/r}$$

- Percent disagreement. Cette mesure est particulièrement utile si les données des dimensions utilisées dans l'analyse sont de nature catégorielle.

$$d(I_i,I_j) = \frac{Nombre\ \ de\ \ x_{ik} \neq x_{jk}}{K}$$

- 1- r de Pearson : calculée à partir du coefficient de corrélation, sans doute à l'aide de la formule :

$$d(I_i,I_j) = \sqrt{1 - r_{ij}^2}$$

5.3.2.1 Indices de dissimilarité et distances

On peut également utiliser d'autres indices de dissimilarité puisque Statistica permet d'effectuer la classification à partir du tableau des scores de dissimilarités entre individus. En fait, un indice de dissimilarité doit simplement satisfaire les conditions suivantes :

- non-négativité : $d(I_i,I_j) \geq 0$
- symétrie : $d(I_i,I_j) = d(I_j,I_i)$
- normalisation : $d(I_i,I_i) = 0$

Un indice de dissimilarité est une "vraie" distance, s'il vérifie également l'inégalité triangulaire :

$$d(I_i,I_j) \leq d(I_i,I_k) + d(I_k,I_j).$$

La plupart des "distances" proposées par Statistica sont de véritables distances.

De nombreux indices de dissimilarité (ou au contraire de similarité) ont été proposés dans le cas de variables qualitatives (à deux modalités, ou après codage disjonctif). Par exemple, si les individus sont décrits par K variables dichotomiques (oui/non), on peut introduire :

$a_{ij} = Nombre\ \ co-occurrences\ \ entre\ \ les\ \ individus\ \ i\ \ et\ \ j$

$d_{ij} = Nombre\ \ co-absences\ \ entre\ \ les\ \ individus\ \ i\ \ et\ \ j$

$b_{ij} = Nombre\ \ d'attributs\ \ présents\ \ chez\ \ i\ \ et\ \ absents\ \ chez\ \ j$

$c_{ij} = Nombre\ \ d'attributs\ \ absents\ \ chez\ \ i\ \ et\ \ présents\ \ chez\ \ j$

On peut proposer par exemple, comme indice de dissimilarité :

$$d(I_i,I_j) = \sqrt{b_{ij} + c_{ij}}$$

ou au contraire, comme indice de similarité :

$$s(I_i,I_j) = \frac{a_{ij}}{a_{ij} + b_{ij} + c_{ij}}$$

Un indice de similarité peut être converti en distance par la relation :

$$d(I_i,I_j) = s_{\max} - s(I_i,I_j)$$

5.3.3 Choix d'un indice d'agrégation

L'application de la méthode suppose également que nous fassions le choix d'une "distance" entre classes. Là encore, de nombreuses solutions existent. Il faut noter que ces solutions permettent toutes de calculer la distance entre deux classes quelconques sans avoir à recalculer celles qui existent entre les individus composant chaque classe.

Les choix proposés par Statistica sont les suivants :

- Saut minimum ou "single linkage" (distance minimum). C'est celle que nous avons utilisée ci-dessus.

- Diamètre ou "complete linkage" (distance maximum). Dans cette méthode, les distances entre classes sont déterminées par la plus grande distance existant entre deux objets de classes différentes (c'est-à-dire les "voisins les plus éloignés").

$$D(A,B) = \max_{I \in A} \max_{J \in B} d(I,J)$$

- Moyenne non pondérée des groupes associés. Ici, la distance entre deux classes est calculée comme la moyenne des distances entre tous les objets pris dans l'une et l'autre des deux classes différentes.

$$D(A,B) = \frac{1}{n_A n_B} \sum_{I \in A, J \in B} d(I,J)$$

- Moyenne pondérée des groupes associés. La moyenne précédente est étendue à l'ensemble des paires d'objets trouvées dans la réunion des deux classes.

$$D(A,B) = \frac{1}{(n_A + n_B)(n_A + n_B - 1)} \sum_{I,J \in A \cup B} d(I,J)$$

- Centroïde non pondéré des groupes associés. Le centroïde d'une classe est le point moyen d'un espace multidimensionnel, défini par les dimensions. Dans cette méthode, la distance entre deux classes est déterminée par la distance entre les centroïdes respectifs.

- Centroïde pondéré des groupes associés (médiane). Cette méthode est identique à la précédente, à la différence près qu'une pondération est introduite dans les calculs afin de prendre en compte les tailles des classes (c'est-à-dire le nombre d'objets contenu dans chacune).

- Méthode de Ward (méthode du moment d'ordre 2). Cette méthode se distingue de toutes les autres en ce sens qu'elle utilise une analyse de la variance approchée afin d'évaluer les distances entre classes. En résumé, cette méthode tente de minimiser la Somme des Carrés (SC) de tous les couples (hypothétiques) de classes pouvant être formés à chaque étape. Les indices d'agrégation sont recalculés à chaque étape à l'aide de la règle suivante : si une classe M est obtenue en regroupant les classes K et L, sa distance à la classe J est donnée par :

$$D(M,J) = \frac{(N_J + N_K)D(K,J) + (N_J + N_L)D(L,J) - N_J D(K,L)}{N_J + N_K + N_L}$$

La méthode de Ward se justifie bien lorsque la "distance" entre les individus est le carré de la distance euclidienne. Choisir de regrouper les deux individus les plus proches revient alors à choisir la paire de points dont l'agrégation entraîne la diminution minimale de l'inertie du nuage. Le calcul des nouveaux indices entre la paire regroupée et les points restants revient alors à remplacer les deux points formant la paire par leur point moyen, affecté du poids 2.

5.3.4 Quelle partie du dendrogramme faut-il conserver ?

5.3.4.1 Hiérarchie de classes et partition de l'ensemble des individus

Opérer une classification, c'est définir une partition de l'ensemble des individus, c'est -à-dire, définir un ensemble de parties, ou classes de l'ensemble I des individus telles que :

- toute classe soit non vide
- deux classes distinctes sont disjointes
- tout individu appartient à une classe.

Le résultat d'une CAH n'est pas une partition de l'ensemble des individus. C'est une hiérarchie de classes telles que :

- toute classe est non vide
- tout individu appartient à une (et même plusieurs) classes
- deux classes distinctes sont disjointes, ou vérifient une relation d'inclusion (l'une d'elles est incluse dans l'autre)
- toute classe est la réunion des classes qui sont incluses dans elle.

5.3.4.2 Choix d'une partition à partir de la hiérarchie des classes

Le dendrogramme nous indique l'ordre dans lequel les agrégations successives ont été opérées. Il nous indique également la valeur de l'indice d'agrégation à chaque niveau d'agrégation. Il est généralement pertinent d'effectuer la coupure après les agrégations correspondant à des valeurs peu élevées de l'indice et avant les agrégations correspondant à des valeurs élevées. En coupant l'arbre au niveau d'un saut important de cet indice, on peut espérer obtenir une partition de bonne qualité car les individus regroupés en-dessous de la coupure étaient proches, et ceux regroupés après la coupure sont éloignés.

Dans l'exemple "Basket", traité à l'aide de la distance euclidienne et de l'indice d'agrégation du "saut minimum", il peut ainsi paraître pertinent de conserver 4 classes.

5.4 La CAH avec Statistica

5.4.1 Classification à partir d'un tableau Individus x Variables Numériques

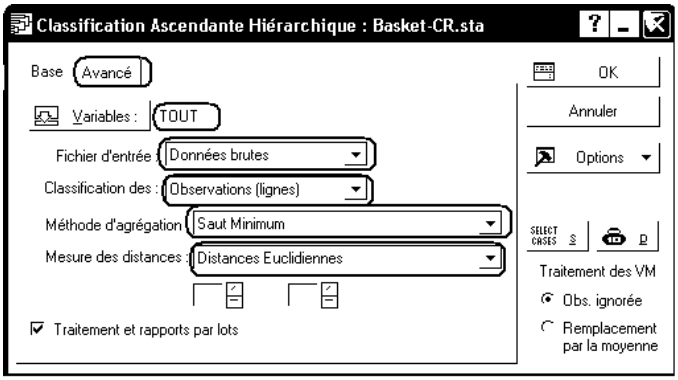
5.4.1.1 Classification des individus

On se propose de refaire la classification qui a été donnée comme exemple au paragraphe 1 (CAH sur les sujets, dans le cas "Basket").

Ouvrez le fichier Basket-CR.sta, qui contient les variables centrées réduites correspondant au protocole observé.

Utilisez le menu Statitiques - Techniques Exploratoires Multivariées - Classifications et choisissez l'item "Classification Hiérarchique"

Sélectionnez ensuite l'onglet "Avancé", et complétez la fenêtre de dialogue comme suit :

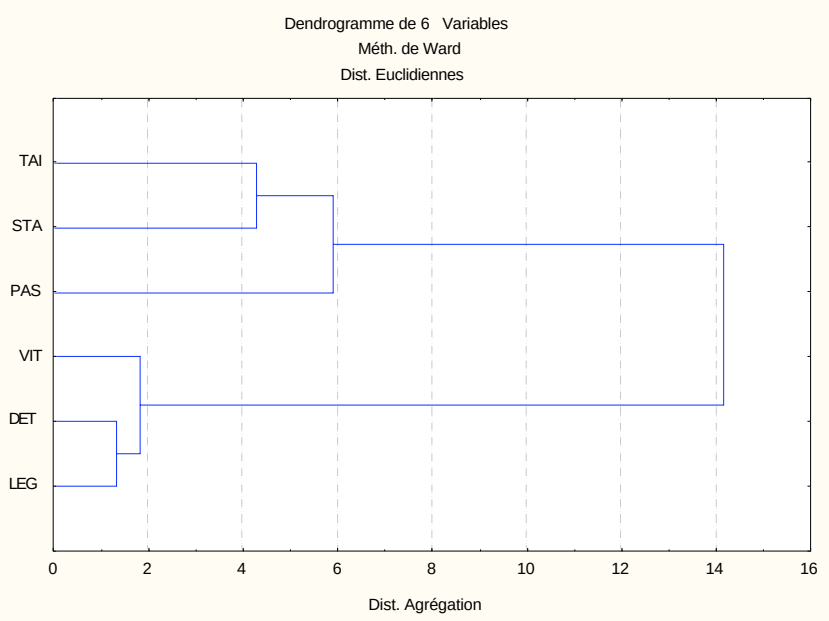


En cochant la boîte "Traitement et rapports par lots", on obtient directement dans un classeur les trois principaux résultats, à savoir : le dendrogramme, le tableau intitulé "agrégation finale" et le tableau des distances entre objets.
Eventuellement, on pourra aussi afficher le graphique des distances d'agrégation par étape.

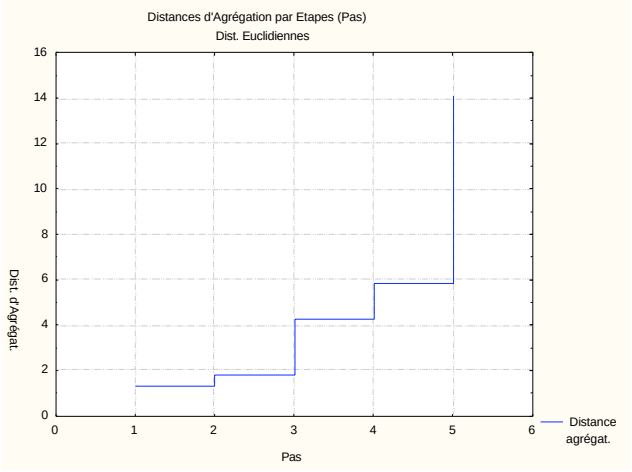
On pourra également essayer plusieurs distances, plusieurs indices d'agrégation et comparer les dendrogrammes obtenus.
Il est également intéressant de comparer les résultats de la classification à ceux de l'ACP, voire de représenter les classes sur le graphique de l'ACP.

5.4.1.2 Classification des variables

La classification peut porter aussi bien sur les individus que sur les variables. En modifiant la zone de dialogue "Classification des :...." de la fenêtre de dialogue ci-dessus, on peut réaliser une classification des 6 variables. Pour la distance euclidienne et l'agrégation selon la méthode de Ward, on obtient le dendrogramme suivant :



On voit sur ce diagramme, deux groupes bien distincts de variables : d'une part, Tai, Sta et Pas, d'autre part Vit, Det et Leg. Ce résultat rejoint celui qui avait été obtenu par l'AFC.
Les indices d'agrégation entre les classes qui ont été associées peuvent également être représentés par le graphique suivant :



Essayer plusieurs distances, plusieurs indices d'agrégation. Comparer les dendrogrammes obtenus. Comparer les résultats de la classification à ceux de l'ACP.