

SECTION: Psychologie - Master 1ère année

DATE : 9 mai 2007
MATIERE: PSR83B
Nature de l'épreuve: Ecrit
Durée: 3 heures

**INTRODUCTION AUX ANALYSES MULTIDIMENSIONNELLES
PREMIERE SESSION**

N.B. Calculatrices et résumés de cours autorisés

Exercice I

Une étude réalisée par un médecin dans deux services hospitaliers spécialisés dans le traitement et l'accompagnement d'enfants handicapés a été menée sur une dizaine d'années auprès de 48 enfants dans chacun des établissements (soit 96 en tout) qui ont été traités au moins pendant 2 ans par ce service. Pour chacun de ces enfants, on a relevé les variables suivantes :

- educ : Educatif . Nombre de séances par an (de 2 heures chacune) de prise en charge par un éducateur spécialisé ou par un psychologue.
- reed : Rééducatif . Nombre de séances par an (de 2 heures chacune) de prise en charge par un kinésithérapeute, un psychomotricien, un ergothérapeute ou un orthophoniste.
- hand : Acceptation du handicap. Mesure de l'acceptation du handicap à la fois par l'enfant et par son entourage. Cette variable a été codée par le médecin : une forte valeur de la variable révèle une mauvaise acceptation du handicap, une faible révèle au contraire le fait que le handicap est accepté par l'enfant et son entourage.
- barr : Barrières. Cette variable mesure l'importance des barrières d'ordre géographique (trottoirs, escaliers. . .) et architecturales (organisation de l'habitat) qui peuvent gêner l'enfant dans ses déplacements. Cette variable a aussi été codée par le médecin : une forte valeur de la variable traduit de fortes barrières au déplacement ; une faible valeur au contraire traduit un environnement géographique amical.
- soc : Sociabilité. Variable codée par le médecin qui traduit l'attitude de l'enfant vis-à-vis des autres (communication et sociabilité). Une forte valeur de la variable traduit un enfant renfermé sur lui-même et peu communicatif ; une faible valeur au contraire est le fait d'un enfant sociable et communicatif.
- inte : Intellectuel. Mesure du handicap intellectuel de l'enfant. Cette variable agrège les problèmes auditifs, visuels, sensoriels et de comitialité : une forte valeur de la variable traduit un handicap intellectuel élevé.
- supe : Membres supérieurs. Mesure de l'aisance avec laquelle l'enfant peut se servir de ses membres supérieurs : une forte valeur de la variable révèle que l'enfant a du mal à utiliser ses membres supérieurs ; une faible valeur révèle que l'enfant n'a aucune difficulté à utiliser ses membres supérieurs.
- auto : Autonomie. Variable qui mesure, du point de vue du médecin, l'autonomie de l'enfant à la fois dans ses possibilités de déplacement dans un environnement amical (pas de trottoirs, pas d'escalier. . .) et dans ses rapports avec les centres (élocution,. . .). Là encore, une forte valeur de la variable révèle un enfant peu autonome, et une faible valeur un enfant autonome.
- grpe : Groupe. Variable qui désigne l'hôpital auquel appartient l'enfant (variable qui ne prend que 2 modalités 1 et 2)

Les données observées sur les 96 sujets, ainsi que les moyennes des différentes variables sur les deux groupes, sont indiquées ci-dessous :

Sujet	educ	reed	hand	barr	soc	inte	supe	auto	grpe
achille	97	156	4	7	8	9	4	10	1
adrien	60	150	10	9	8	3	5	3	1
alfred	64	207	10	11	13	14	9	15	1
ariane	5	102	5	8	5	1	7	1	1
benoit	61	57	9	5	6	2	5	0	1
brice	121	303	15	10	11	11	8	13	1
bruno	155	107	9	13	14	1	4	12	1
carole	94	102	14	11	7	1	2	7	1
caroline	67	154	6	8	6	13	5	3	1
charles	64	180	8	5	9	2	5	7	1
claire	97	150	8	9	6	3	8	10	1
daniel	157	151	10	6	15	17	8	12	1
denis	90	105	8	12	10	14	9	14	1
edith	61	205	10	9	15	8	12	15	1
eliane	64	252	10	13	15	1	10	3	1
eric	90	100	9	15	4	0	8	3	1
fabien	90	105	12	11	12	3	7	16	1
florence	65	205	7	5	15	8	10	12	1
georges	154	179	14	11	9	0	7	8	1
gilbert	67	52	8	12	9	3	5	2	1
henri	64	157	9	11	9	8	4	8	1
isabelle	92	103	15	10	6	3	4	7	1
jacques	91	203	15	11	13	7	10	16	1
josette	96	106	11	13	11	17	6	5	1
juliette	30	153	6	6	5	3	6	3	1
karina	127	105	8	10	12	11	10	16	1
laure	121	102	8	11	13	8	11	16	1
laurent	183	152	4	4	15	6	8	15	1
lucie	96	51	14	7	6	0	5	7	1
lucien	60	203	9	4	7	0	5	2	1
marc	61	106	9	6	6	3	9	9	1
marianne	66	156	8	8	14	8	4	10	1
martine	61	103	5	5	6	0	5	1	1
mathieu	127	175	14	8	11	8	8	12	1
maurice	92	304	6	8	9	9	11	11	1
muriel	61	105	9	14	13	8	7	12	1
nicole	60	207	11	15	12	0	8	13	1
odile	36	305	13	9	10	0	11	15	1
olivier	96	152	10	12	11	13	8	3	1
pascal	157	103	7	14	7	3	5	2	1
pierre	60	151	15	10	6	3	7	3	1
raymond	123	155	11	11	12	8	10	12	1
richard	94	181	12	10	8	2	9	11	1
serge	187	101	7	6	9	0	3	5	1
simone	67	156	4	4	7	0	7	8	1
thomas	93	203	11	8	13	2	8	8	1
victor	7	106	7	4	4	2	3	4	1
violette	93	103	7	11	6	2	4	3	1
alexandre	68	183	109	7	12	10	8	13	2
alexia	52	180	261	8	13	1	5	5	2
amélie	46	244	211	11	15	17	10	16	2
anne-laure	4	126	110	10	5	1	7	1	2
antony	52	62	210	8	9	1	5	3	2
armande	90	363	314	12	12	13	8	14	2
arnaud	112	121	212	18	18	2	4	13	2
camille	69	121	319	11	10	3	4	6	2
christophe	47	182	110	11	7	15	5	3	2
delphine	48	212	163	5	10	1	5	8	2
émilie	75	182	212	12	5	0	13	14	2
félicien	118	181	266	8	17	18	8	16	2
flora	68	124	161	12	15	17	13	17	2
floran	50	242	215	12	16	12	16	19	2
grégoire	47	303	261	16	17	3	10	5	2
grégory	73	120	215	18	8	1	12	2	2
guy	70	121	319	13	15	0	10	16	2
hélène	51	243	106	6	15	10	13	16	2
houcine	119	215	314	13	11	1	5	8	2
jean-luc	47	67	210	15	11	2	5	1	2
jennifer	49	181	160	12	10	13	4	10	2
jérémy	74	125	316	13	7	1	6	7	2

john	72	243	313	11	15	10	13	19	2
jonathan	74	126	215	12	10	21	5	7	2
joséfine	25	187	157	8	5	1	8	2	2
kamel	91	122	160	13	16	10	12	18	2
léonie	90	120	156	11	17	13	10	18	2
loriane	141	183	105	6	15	8	10	19	2
maéva	72	63	314	10	10	2	6	7	2
magalie	51	246	211	5	10	2	2	3	2
mario	46	120	157	10	8	0	8	9	2
marion	48	181	209	12	16	13	3	12	2
maude	52	123	111	8	10	0	3	1	2
myriame	97	216	314	11	13	7	10	17	2
nicos	67	360	109	13	13	11	13	16	2
nolewnn	47	122	210	18	13	11	8	15	2
pauline	48	240	264	16	15	1	13	19	2
perrine	114	151	160	5	15	9	10	17	2
raphaël	75	186	260	16	15	15	9	2	2
romain	114	121	104	15	7	2	5	0	2
sébastien	50	182	317	11	11	1	5	6	2
solène	93	187	265	12	16	8	12	14	2
steeve	67	210	260	15	11	3	7	10	2
thérèse	138	126	107	5	10	0	5	7	2
thierry	45	183	111	5	8	3	8	8	2
tom	69	240	264	11	15	3	10	12	2
yves	3	126	161	7	8	1	3	4	2
zinedine	68	126	105	11	5	1	5	3	2

Moyenne Gr 1	88,00	150,60	9,40	9,17	9,54	5,17	6,96	8,40	1
Ecart type Gr 1	39,97	60,23	3,11	3,10	3,36	4,92	2,49	4,98	1
Moyenne Gr 2	68,46	174,75	206,10	11,00	11,77	6,21	7,90	9,96	2
Ecart type Gr 2	29,78	66,59	74,32	3,60	3,71	6,08	3,46	6,15	2
Moyenne Ens	78,23	162,68	107,75	10,08	10,66	5,69	7,43	9,18	1 et 2
Ecart type Ens	36,41	64,31	111,86	3,46	3,70	5,53	3,04	5,62	1 et 2

On traite ces données par une analyse en composantes principales normée. Les principaux résultats de cette ACP sont indiqués ci-dessous.

N.B. Etant donné le nombre élevé de sujets, les scores, contributions et qualités de représentation des individus ne sont pas donnés, et l'étude ci-dessous portera essentiellement sur les variables observées.

Corrélations

	educ	reed	hand	barr	soc	inte	supe	auto
educ	1,00	-0,11	-0,21	0,01	0,23	0,13	0,02	0,26
reed	-0,11	1,00	0,22	0,03	0,36	0,22	0,44	0,37
hand	-0,21	0,22	1,00	0,37	0,36	0,06	0,16	0,17
barr	0,01	0,03	0,37	1,00	0,26	0,12	0,21	0,10
soc	0,23	0,36	0,36	0,26	1,00	0,47	0,46	0,68
inte	0,13	0,22	0,06	0,12	0,47	1,00	0,30	0,43
supe	0,02	0,44	0,16	0,21	0,46	0,30	1,00	0,65
auto	0,26	0,37	0,17	0,10	0,68	0,43	0,65	1,00

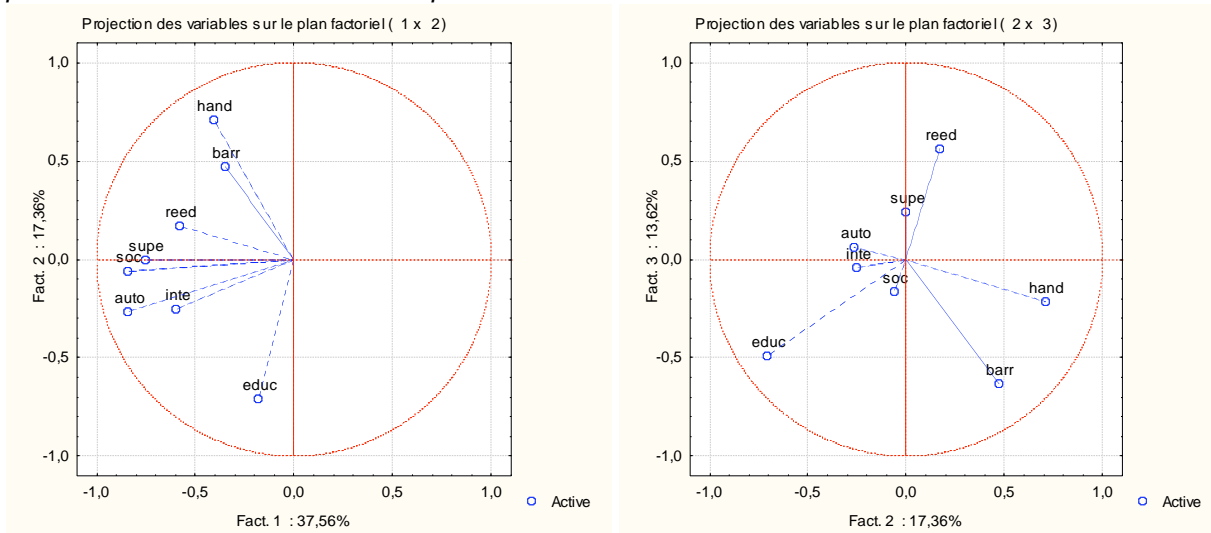
Val. Propres (matrice de corrél.) & stat. associées.

	Val. propr	% Total variance	Cumul Val. propr	Cumul %
1	3,00	37,56	3,00	37,56
2	1,39	17,36	4,39	54,91
3	1,09	13,62	5,48	68,53
4	0,74	9,21	6,22	77,74
5	0,67	8,41	6,89	86,15
6	0,55	6,86	7,44	93,01
7	0,33	4,16	7,77	97,17
8	0,23	2,83	8,00	100,00

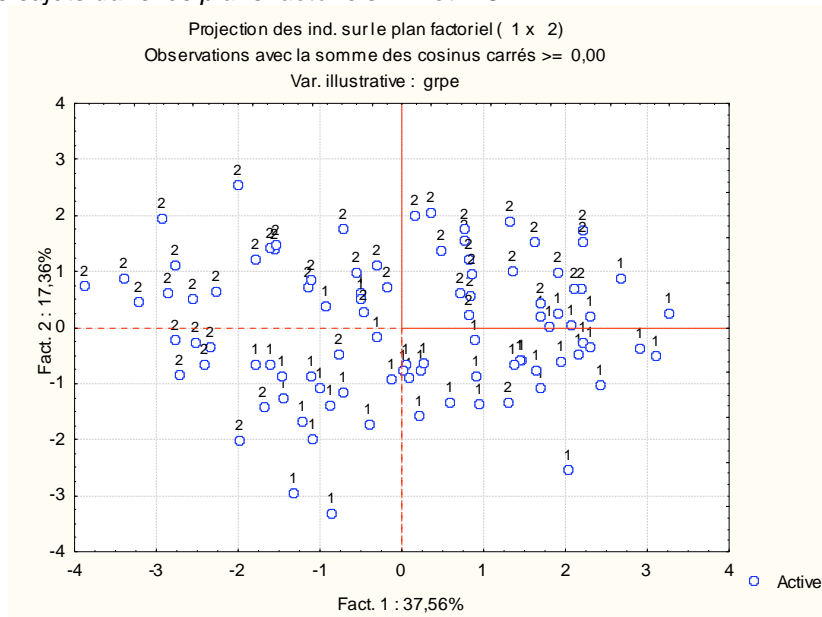
Saturations, contributions et qualités de représentation des variables

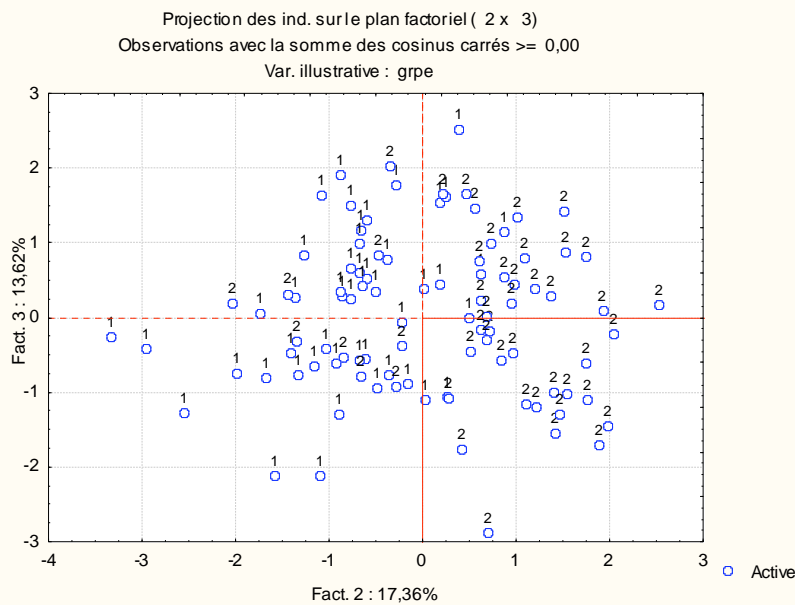
	Saturation Fact. 1	Saturation Fact. 2	Saturation Fact. 3	Contrib. Fact. 1	Contrib. Fact. 2	Contrib. Fact. 3	Cos ² Fact. 1	Cos ² Fact. 1 & 2	Cos ² Fact. 1, 2, 3
educ	-0,18	-0,71	-0,49	0,01	0,36	0,22	0,03	0,54	0,77
reed	-0,58	0,17	0,56	0,11	0,02	0,29	0,33	0,36	0,68
hand	-0,41	0,71	-0,21	0,06	0,36	0,04	0,17	0,67	0,71
barr	-0,35	0,47	-0,63	0,04	0,16	0,37	0,12	0,34	0,74
soc	-0,84	-0,06	-0,16	0,24	0,00	0,02	0,71	0,71	0,74
inte	-0,60	-0,25	-0,04	0,12	0,05	0,00	0,36	0,42	0,42
supe	-0,76	-0,00	0,24	0,19	0,00	0,05	0,57	0,57	0,63
auto	-0,84	-0,26	0,06	0,24	0,05	0,00	0,71	0,78	0,78

Représentation des variables dans les plans factoriels 1-2 et 2-3



Représentation des sujets dans les plans factoriels 1-2 et 2-3





1) Etude du tableau des valeurs propres

a) A quoi correspond la somme des valeurs propres ?

b) On choisit de n'étudier que les trois premières composantes principales. Justifier ce choix en analysant le tableau des valeurs propres.

2) Etude du tableau des corrélations

a) Quelles sont les variables le plus fortement corrélées entre elles ?

b) Y a-t-il des variables pratiquement non corrélées ?

c) Quel commentaire peut-on faire concernant les signes des coefficients de corrélation.

3) Etude des qualités de représentation des variables

a) Quelles sont les variables les mieux représentées sur le premier axe factoriel ? Quelle est celle qui est la plus mal représentée sur cet axe.

b) Deux des variables sont pratiquement indépendantes de la deuxième composante principale. Lesquelles ?

c) Globalement, comment peut-on qualifier la représentation de l'ensemble des variables lorsqu'on se limite aux trois premières composantes principales ?

4) Etude du premier axe principal, du point de vue des variables.

a) Quelles sont les variables qui ont le plus contribué à la formation du premier axe principal ?

b) Quelle remarque peut-on faire concernant le signe des saturations des variables sur le premier axe ?

Comment appelle-t-on l'effet ainsi mis en évidence ? Quelle interprétation peut-on faire de ce premier axe ?

5) Etude du deuxième axe principal, du point de vue des variables.

Quelles sont les variables dont la contribution à la formation de la deuxième composante principale est supérieure à la moyenne ? Pour chacune d'elles, préciser le signe de la saturation correspondante.

Caractériser cet axe en termes d'opposition entre variables.

6) Etude du troisième axe principal, du point de vue des variables.

Quelles sont les variables dont la contribution à la formation de la troisième composante principale est supérieure à la moyenne ? Pour chacune d'elles, préciser le signe de la saturation correspondante.

Caractériser cet axe en termes d'opposition entre variables.

7) Etude du nuage des individus

a) Dans le graphique ci-dessus, les points représentant les sujets sont étiquetés à l'aide du groupe d'appartenance du sujet. Comment se répartissent les deux groupes, du point de vue de chacun des deux premiers axes ?

b) On donne ci-dessous un tableau des scores des individus, en se limitant aux scores les plus extrêmes sur le premier axe (supérieurs à 3 en valeur absolue) :

	Fact. 1	Fact. 2	Fact. 3	grpe
victor	3,27	0,26	1,61	1
benoit	3,1	-0,5	0,35	1
nicos	-3,21	0,47	1,65	2
john	-3,39	0,87	0,53	2
floran	-3,87	0,73	0,98	2

En examinant le tableau des données observées, indiquer quelles sont les caractéristiques de ces sujets qui expliquent ces scores (*Indication : comparer les valeurs observées sur ces sujets aux moyennes observées sur l'échantillon, calculer éventuellement les valeurs centrées réduites correspondantes*).

c) De même, on donne un tableau des scores des sujets, en se limitant aux scores supérieurs à 2 en valeur absolue sur le deuxième axe :

	Fact. 1	Fact. 2	Fact. 3	grpe
grégoire	-1,99	2,53	0,17	2
sébastien	0,36	2,05	-0,22	2
loriane	-1,99	-2,03	0,19	2
serge	2,04	-2,55	-1,29	1
daniel	-1,33	-2,95	-0,41	1
laurent	-0,85	-3,33	-0,26	1

Indiquer de même quelles sont les caractéristiques de ces sujets qui expliquent ces scores.

8) Faire une courte synthèse des résultats obtenus dans l'étude précédente.

Exercice II

3025 auditeurs d'un centre de formation pour adultes ont répondu à une enquête sur leurs difficultés à suivre les enseignements en cours du soir qui leur sont proposés. On a extrait de cette enquête les 5 questions suivantes :

Libellé	Réponses proposées	Code Question	Code Modalité
Le contenu de cet enseignement est-il nouveau pour vous ?	1. Oui, tout à fait 2. En partie 3. Pas du tout	CONTENU	1. nouveau 2. en partie nouveau 3. pas nouveau
Avez-vous des difficultés à travailler après le cours ?	1. Oui beaucoup 2. En partie 3. Pas du tout	TRAVAIL	1. très difficile 2. assez difficile 3. pas difficile
Vous trouvez que le rythme des enseignements est :	1. Trop rapide 2. Comme il faut 3. Trop lent	RYTHME	1. trop rapide 2. comme il faut 3. trop lent
Pensiez-vous avoir les connaissances demandées pour suivre cet enseignement ?	1. Oui, tout à fait 2. En partie 3. Pas du tout	PREREQUI	1. oui, tout à fait 2. oui, en partie 3. pas du tout
Avez-vous des difficultés à prendre des notes durant les cours ?	1. oui 2. non	NOTES	1. prise difficile 2. prise facile

Les données recueillies sont rassemblées dans le tableau de Burt suivant :

	CONTENU			TRAVAIL			RYTHME			PREREQUI			NOTES		Total
	nouv eau	en part. nouv.	pas nouv eau	tres difficil e	assez difficil e	pas difficil e	trop rapid e	comm e il faut	trop lent	oui, tout a fait	oui, en partie	pas du tout	prise facile	prise difficil e	
nouveau	1329	0	0	432	412	485	338	934	57	648	526	155	225	1104	6645
en part. nouv.	0	1314	0	340	482	492	252	984	78	984	310	20	187	1127	6570
pas nouveau	0	0	382	97	97	188	57	279	46	328	44	10	41	341	1910
tres difficile	432	340	97	869	0	0	298	529	42	463	323	83	217	652	4345
assez difficile	412	482	97	0	991	0	213	743	35	636	300	55	143	848	4955
pas difficile	485	492	188	0	0	1165	136	925	104	861	257	47	93	1072	5825
trop rapide	338	252	57	298	213	136	647	0	0	299	262	86	206	441	3235
comme il faut	934	984	279	529	743	925	0	2197	0	1514	591	92	227	1970	10985
trop lent	57	78	46	42	35	104	0	0	181	147	27	7	20	161	905
oui, tout à fait	648	984	328	463	636	861	299	1514	147	1960	0	0	244	1716	9800
oui, en partie	526	310	44	323	300	257	262	591	27	0	880	0	154	726	4400
pas du tout	155	20	10	83	55	47	86	92	7	0	0	185	55	130	925
prise facile	225	187	41	217	143	93	206	227	20	244	154	55	453	0	2265
prise difficile	1104	1127	341	652	848	1072	441	1970	161	1716	726	130	0	2572	12860
Total	6645	6570	1910	4345	4955	5825	3235	10985	905	9800	4400	925	2265	12860	75625

On soumet ce tableau à une méthode d'analyse multidimensionnelle, qui fournit les résultats suivants :

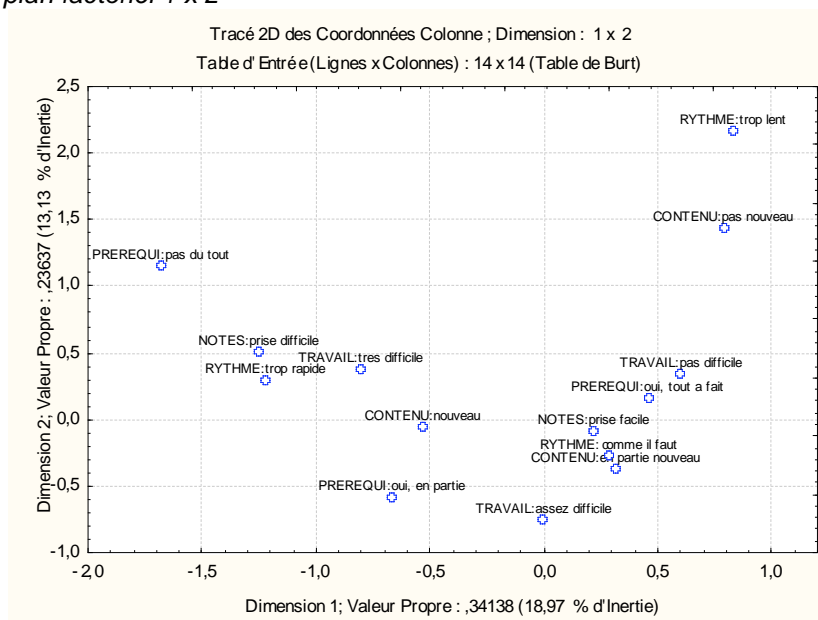
Valeurs propres

Inertie Totale = 1,8000					
Nombre de Dims.	ValSing.	ValProp.	%age Inertie	%age cumulé	Chi²
1	0,5843	0,3414	18,97	18,97	5618,7
2	0,4862	0,2364	13,13	32,10	3890,4
3	0,4717	0,2225	12,36	44,46	3662,1
4	0,4442	0,1973	10,96	55,42	3247,4
5	0,4283	0,1835	10,19	65,61	3019,6
6	0,4262	0,1817	10,09	75,71	2990,3
7	0,3990	0,1592	8,85	84,55	2620,9
8	0,3867	0,1496	8,31	92,86	2461,5
9	0,3585	0,1285	7,14	100,00	2115,2

Résultats relatifs aux lignes

NomLigne	Inertie Totale = 1,8000									
	Lig ne	Coord. Dim.1	Coord. Dim.2	Masse	Qualité	Inertie Relative	Inertie Dim.1	Cosinus² Dim.1	Inertie Dim.2	Cosinus² Dim.2
CONTENU:nouveau	1	-0,5349	-0,0470	0,0879	0,2259	0,0623	0,0736	0,2242	0,0008	0,0017
CONTENU:en partie nouveau	2	0,3120	-0,3686	0,0869	0,1791	0,0628	0,0248	0,0748	0,0499	0,1043
CONTENU:pas nouveau	3	0,7876	1,4312	0,0253	0,3857	0,0971	0,0459	0,0896	0,2189	0,2961
TRAVAIL:tres difficile	4	-0,8043	0,3853	0,0575	0,3206	0,0792	0,1089	0,2608	0,0361	0,0598
TRAVAIL:assez difficile	5	-0,0022	-0,7444	0,0655	0,2700	0,0747	0,0000	0,0000	0,1536	0,2700
TRAVAIL:pas difficile	6	0,6019	0,3458	0,0770	0,3018	0,0683	0,0817	0,2269	0,0390	0,0749
RYTHME:trop rapide	7	-1,2209	0,2872	0,0428	0,4280	0,0873	0,1868	0,4055	0,0149	0,0224
RYTHME:comme il faut	8	0,2908	-0,2628	0,1453	0,4076	0,0304	0,0360	0,2244	0,0424	0,1832
RYTHME:trop lent	9	0,8346	2,1631	0,0120	0,3421	0,1045	0,0244	0,0443	0,2369	0,2978
PREREQUI:oui, tout a fait	10	0,4575	0,1548	0,1296	0,4293	0,0391	0,0795	0,3852	0,0131	0,0441
PREREQUI:oui, en partie	11	-0,6654	-0,5889	0,0582	0,3239	0,0788	0,0755	0,1817	0,0854	0,1423
PREREQUI:pas du tout	12	-1,6820	1,1615	0,0122	0,2722	0,1043	0,1014	0,1843	0,0698	0,0879
NOTES:prise difficile	13	-1,2515	0,5128	0,0300	0,3222	0,0945	0,1374	0,2759	0,0333	0,0463
NOTES:prise facile	14	0,2204	-0,0903	0,1700	0,3222	0,0166	0,0242	0,2759	0,0059	0,0463

Graphique dans le plan factoriel 1 x 2



- 1) a) Comment faut-il lire le tableau des données proposé ci-dessus ? Plus précisément, que représente :
- le nombre 1329 figurant en première ligne - première colonne de ce tableau ?
 - le nombre 432 figurant en quatrième ligne - première colonne ?
 - le total de la première colonne (6645) ?
 - le total général (75625) ?

b) Quelle est la méthode d'analyse des données utilisée ? Pourquoi utilise-t-on ici cette méthode ?

2) a) Les résultats indiquent une inertie totale de 1,8. Comment peut-on retrouver ce résultat ?

b) Le tableau des valeurs propres indique 9 valeurs propres non nulles. Pouvait-on s'attendre à ce résultat ?

c) Calculer les taux d'inertie modifiés de Benzécri. Au vu de ces taux, combien d'axes factoriels devrait-on retenir ?

N.B. Nous choisirons cependant de nous intéresser aux deux premiers axes factoriels.

3) Etude de quelques distances à l'origine.

On constate sur le graphique que les modalités "PREREQUI:pas du tout" et "RYTHME:trop lent" sont représentées par des points éloignés de l'origine des axes, alors que le point représentant la modalité "NOTES:prise facile" est proche de l'origine. Comment peut-on expliquer les positions de ces points par rapport à l'origine ?

4) Etude de quelques taux de liaison.

a) En considérant le tableau de Burt ci-dessus comme un tableau de contingence, calculer le taux de liaison entre les modalités "PREREQUI:pas du tout" et RYTHME:trop lent. La valeur de ce taux de liaison explique-t-elle les positions relatives de ces deux modalités sur le graphique ?

b) Même question pour les modalités "RYTHME:trop lent" et "CONTENU:pas nouveau".

5) Quelles sont les contributions relatives de chacune des questions à l'inertie totale du nuage ?

Calculer également les contributions relatives de chacune des questions à l'inertie de chacun des deux axes factoriels étudiés. Commenter les résultats obtenus.

6) Etude de chacun des axes

a) Quelles sont les modalités dont la contribution est supérieure à la moyenne ? Pour chacune d'elles, préciser le signe de la coordonnée correspondante. Comment peut-on interpréter cet axe en termes d'opposition entre modalités.

b) Même question pour le deuxième axe.

7) Qu'est-ce que l'effet Guttman ? Cet effet peut-il être invoqué pour expliquer, au moins en partie, la forme générale du graphique ?

8) Faire une synthèse en décrivant les résultats obtenus dans le premier plan factoriel.