Université de Bretagne Occidentale
U.F.R. de Lettres et Sciences Humaines
CS 93837 - 29238 BREST CEDEX 3

Année Universitaire 2012-2013

Section : Psychologie - Licence 3è année

Enseignant responsable : F.-G. Carpentier

Correction de l'épreuve de Statistiques et Informatique appliquées à la Psychologie

N.B. Calculatrices, tables des lois statistiques et résumé de cours autorisés.

Exercice 1

Des chercheurs ont mené une expérience dont l'objectif était de montrer comment l'enjeu, indépendamment des contraintes objectives de temps, produit un accroissement de la pression temporelle même chez des enfants. Cette étude a été menée auprès d'enfants de 10 ans. Il était expliqué aux enfants que, dans le cadre d'un jeu concours, deux objectifs étaient à atteindre : un cinéma puis une boîte aux lettres. Pour atteindre ces objectifs, les enfants devaient réaliser des traversées de rue dans un environnement simulé avec du trafic routier. Les enfants ont été répartis en trois groupes :

– Un groupe ayant la consigne de remplir les deux objectifs pour gagner le jeu (groupe $A1$) ;
– Un groupe ayant la consigne de remplir les deux objectifs et de ne pas se faire renverser pour gagner le jeu (groupe $A2$) ;
– Un groupe ayant la consigne de remplir les deux objectifs, de ne pas se faire renverser et de mettre le moins de temps possible pour gagner le jeu (groupe $A3$).

La variable dépendante recueillie est le temps de parcours en secondes. On obtient les résultats suivants :

$A1$	$A2$	$A3$
100	107	90
134	123	110
151	115	91
117	117	125
135	98	108
161	112	102
111	102	120
180	149	95
152	157	122
111	130	105

Les paramètres descriptifs des données dans les trois groupes sont donnés par :

	$A1$	$A2$	$A3$
Nombre de sujets	10	10	10
Moyenne	135.20	121.00	106.80
Variance	594.76	338.40	144.56
Variance corrigée	660.84	376.00	160.82

1) Les temps de parcours sont-ils significativement différents dans les conditions $A1$ et $A3$? Répondre à cette question à l'aide d'un test paramétrique bilatéral de comparaison de moyennes, au seuil de 5%.

Soient μ_1 et μ_3 les moyennes de la variable dépendante sur la population parente des groupes $A1$ et $A3$. Les hypothèses du test sont donc les suivantes :

- $H_0 : \mu_1 = \mu_3$
- $H_1 : \mu_1 \neq \mu_3$

La statistique de test est $t = \dfrac{\overline{x}_1 - \overline{x}_3}{E}$ avec $E^2 = \dfrac{s_{c1}^2 + s_{c2}^2}{n}$. Elle suit une loi de Student à $20-2 = 18$ ddl. Pour un seuil $\alpha = 5\%$ bilatéral, la valeur critique lue dans la table est $t_c = 2.1009$. La règle de décision est donc :

– Si $|t_{obs}| \leq 2.10$, on retient H_0 ;
– Si $|t_{obs}| > 2.10$, on retient H_1.

Les calculs donnent ici : $E^2 = \dfrac{660.84 + 160.82}{10} = 82.166$, $E = \sqrt{82.166} = 9.065$ et $t_{obs} = \dfrac{135.20 - 106.80}{9.065} = 3.13$.

Cette valeur est supérieure à 2.10 et on retient donc H_1 : les temps de parcours dans les conditions $A1$ et $A3$ sont significativement différents.

2) On utilise un logiciel de traitement statistique pour comparer les temps parcours dans les conditions $A1$ et $A2$ puis dans les conditions $A2$ et $A3$. Les résultats produits sont les suivants :

```
Two Sample t-test
data:  Temps.de.parcours by Groupe
t = 1.3945, df = 18, p-value = 0.1801
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -7.192756 35.592756
sample estimates:
mean in group A1 mean in group A2
           135.2            121.0

Two Sample t-test
data:  Temps.de.parcours by Groupe
t = 1.9384, df = 18, p-value = 0.03421
alternative hypothesis: true difference in means is greater than 0
95 percent confidence interval:
 1.497203      Inf
sample estimates:
mean in group A2 mean in group A3
           121.0            106.8
```

Interpréter les résultats fournis par le logiciel en indiquant avec précision la nature des tests effectués.

Dans les deux cas, on fait un test de Student sur des groupes indépendants, test analogue à celui fait à la question 1. Dans le premier cas, la p-value indiquée par le logiciel est égale à 0.18 soit 18%. Cette p-value est largement supérieure aux seuils traditionnels généralement utilisés (5% ou 1%). On retient donc l'hypothèse nulle H_0 d'absence de différence entre les moyennes des populations dans les deux conditions. Les temps de parcours ne semblent donc pas significativement différents entre les conditions $A1$ et $A2$.
Dans le second cas, la p-value indiquée par le logiciel est de 0.034 soit 3.4%. Au seuil de 5%, il existe donc une différence significative entre les deux conditions $A2$ et $A3$.

3) Comment les auteurs peuvent-ils interpréter les résultats de cette étude ?

La synthèse des résultats des trois tests montre que la condition $A3$ est différente de chacune des deux autres conditions, qui, quant à elles, sont équivalentes entre elles. Il semble bien que ce soit la consigne "mettre le moins de temps possible" qui a pour effet de diminuer le temps de parcours des sujets.

Exercice 2

La responsabilité de repenser les espaces de travail dans une entreprise de création publicitaire est confiée à un ergonome. L'objectif qui lui est fixé est de mettre en place un environnement favorisant la créativité. L'ergonome souhaite tester l'effet de plusieurs environnements de travail existants sur la genèse d'idées. Neuf employés de la société de création publicitaire sont invités à tester ces différents environnements. Dans chaque environnement, un thème est donné aux participants à partir duquel ils doivent proposer le plus d'idées pertinentes possible en 20 minutes. La variable dépendante est donc le nombre d'idées pertinentes générées en 20 minutes.
Pour deux des environnements considérés, les résultats obtenus sont les suivants :

Participant	Envir. 1	Envir. 2
s1	6	9
s2	11	11
s3	9	9
s4	10	8
s5	4	11
s6	7	8
s7	5	5
s8	6	12
s9	8	9

1) Calculer la moyenne du nombre d'idées pertinentes générées dans chacun des deux environnements et formuler une conclusion au niveau descriptif.

On obtient : $\overline{x}_1 = \dfrac{6+11+\ldots+8}{9} = 7.33$; $\overline{x}_2 = \dfrac{9+11+\ldots+9}{9} = 9.11$
Les résultats descriptifs semblent indiquer que le nombre d'idées pertinentes est plus élevé dans l'environnement 2.

2) Faire un test unilatéral de comparaison de moyennes pour étudier si la nature de l'environnement a une influence sur la créativité des sujets (seuil : 5%).

Il s'agit ici d'une situation groupes appariés (les mêmes sujets sont observés dans les deux environnements). Formons le protocole des différences individuelles, calculées dans le sens (score dans l'env. 2) - (score dans l'env. 1), et calculons la variance de la série obtenue.

Participant	d_i	d_i^2
s1	3	9
s2	0	0
s3	0	0
s4	-2	4
s5	7	49
s6	1	1
s7	0	0
s8	6	36
s9	1	1
Somme	16	100

On obtient : $\overline{d} = \dfrac{16}{9} = 1.77$; $s^2 = \dfrac{100}{9} - \dfrac{256}{81} = 7.95$; $s_c^2 = \dfrac{9}{8} \times 7.95 = 8.94$
Soient μ_1 et μ_2 les moyennes de la variable dépendante sur la population parente, dans les deux conditions. Pour le test unilatéral demandé, on prend l'hypothèse H_1 consistante avec le résultat descriptif de la question 1, c'est-à-dire correspondant à des valeurs dans l'environnement 2 supérieures à celles obtenues dans l'environnement 1. Les hypothèses du test sont donc les suivantes :

- $H_0 : \mu_1 = \mu_2$
- $H_1 : \mu_1 < \mu_2$

La statistique de test est $t = \dfrac{\overline{d}}{E}$ avec $E^2 = \dfrac{s_c^2}{n}$. Elle suit une loi de Student à 8 *ddl*. Pour un seuil $\alpha = 5\%$ unilatéral, la valeur critique lue dans la table est $t_{lue} = 1.86$. Comme la moyenne des différences observées est positive et que l'hypothèse alternative a été prise en cohérence avec les observations, la valeur critique est $t_{crit} = 1.86$ et la règle de décision est donc :

– Si $t_{obs} \leq 1.86$, on retient H_0 ;
– Si $t_{obs} > 1.86$, on retient H_1.

Les calculs donnent ici : $E^2 = \dfrac{8.94}{9} = 0.9938$, $E = \sqrt{0.9938} = 0.9969$ et $t_{obs} = \dfrac{1.77}{0.9969} = 1.775$.
Cette valeur est inférieure à 1.86 et on retient donc H_0 : on n'a pas mis en évidence de différence significative entre les deux environnements.

Exercice 3

On veut étudier le lien éventuel entre une affection bénigne largement répandue et la consommation d'un certain produit alimentaire. Pour cela, on tire au hasard un échantillon de 250 sujets. Cet échantillon comprend 150 malades atteints de l'affection (M) et 100 sujets non atteints, considérés comme témoins (T). Les sujets ont été interrogés sur leur consommation du produit alimentaire. Les résultats ont été regroupés en 3 classes comme indiqué dans le tableau ci-dessous :

	Consommation	
	Fréquente	Rare
Témoins	70	30
Malades	90	60

Etudier à l'aide d'un test statistique (seuil 5%) s'il semble y avoir un lien entre la consommation de ce produit et la présence de cette affection.

Le tableau ci-dessus est un tableau de contingence croisant la présence de la maladie (Témoins v/s Malades) et le niveau de consommation du produit alimentaire (consommation fréquente v/s rare). L'existence d'un lien entre les deux variables catégorielles étudiées peut être testée à l'aide d'un test du khi-2. Les hypothèses du test s'écrivent alors :

- H_0 : Présence de l'affection et type de consommation sont indépendants.
- H_1 : Présence de l'affection et type de consommation sont dépendants.

Le nombre de degrés de liberté est ici $ddl = 1$. Au seuil de 5%, on a : $\chi^2_{crit} = 3.84$ et la règle de décision suivante :

– Si $\chi^2_{obs} \leq 3.84$, on retient H_0 ;
– Si $\chi^2_{obs} > 3.84$, on retient H_1.

Le tableau des effectifs théoriques est donné par :

	Consommation	
	Fréquente	Rare
Témoins	64	36
Malades	96	54

et celui des contributions au khi-2 par :

	Consommation	
	Fréquente	Rare
Témoins	0.56	1.00
Malades	0.375	0.667

On obtient : $\chi^2_{obs} = 2.604$. D'après la règle de décision, l'hypothèse H_0 est donc retenue : on n'a pas mis en évidence de lien entre la présence de la maladie et le niveau de consommation du produit étudié.

Remarques.

1. On peut aussi appliquer la correction de Yates dans le calcul du χ^2. On obtient alors $\chi^2_{obs} = 2.55$ et la conclusion ne change pas.
2. De manière équivalente, on peut aussi utiliser un test de comparaison de deux proportions sur des groupes indépendants, en comparant la proportion de consommation fréquente chez les témoins et chez les malades. On obtient alors $Z_{obs} = 1.61$ et on conclut également sur H_0.

Exercice 4

Dans une étude sur la relation entre les faits additifs et les faits multiplicatifs, on présente aux sujets une série de problèmes arithmétiques simples sur l'écran d'un ordinateur. Les sujets ont pour consigne de dire si oui ou non, le résultat présenté est correct.

Les problèmes sont de type additif ou multiplicatif et le résultat présenté peut être "vrai" (ex : 4+3=7), "faux" (ex : 4+3=9) ou "confusion" (ex : 4+3=12).

Pour cette expérience, 10 sujets sont utilisés. Leur comportement est mesuré par le temps de réaction (TR) devant chaque problème. Le tableau ci-dessous donne le temps de réaction médian (en millisecondes) des sujets pour les problèmes de type "additif-vrai" et pour les problèmes de type "additif-faux".

	Add-Vrai	Add-Faux
s1	1199	1124
s2	1214	1140
s3	1274	1131
s4	1315	1172
s5	1331	1193
s6	1361	1306
s7	1366	1365
s8	1401	1430
s9	1452	1462
s10	1533	1483

1) On souhaite comparer les temps de réaction pour les deux types de problèmes. Pourquoi semble-t-il préférable d'utiliser ici un test non paramétrique ?

Les distributions des données semblent assez irrégulières et notablement différentes de distributions normales. Il semble donc préférable d'utiliser un test non paramétrique, pour lequel il n'y a pas de condition d'application en terme de normalité.

2) Les temps de réaction pour les deux types de problèmes semblent-ils significativement différents ? Répondre à cette question à l'aide d'un test unilatéral de Wilcoxon au seuil de 5%.

Pour mettre en oeuvre le test de Wilcoxon, construisons le protocole des rangs signés, en calculant les différences dans le sens (Add-vrai) - (Add-faux) :

	Add-Vrai	Add-Faux	Diff.	Rang	Rang+	Rang-
s1	1199	1124	75	7	7	
s2	1214	1140	74	6	6	
s3	1274	1131	143	9.5	9.5	
s4	1315	1172	143	9.5	9.5	
s5	1331	1193	138	8	8	
s6	1361	1306	55	5	5	
s7	1366	1365	1	1	1	
s8	1401	1430	-29	3		3
s9	1452	1462	-10	2		2
s10	1533	1483	50	4	4	
Total					50	5

Les hypothèses du test (consistantes avec les observations faites) peuvent être formulées de la manière suivante :

• H_0 : Dans la population parente, les différences positives et négatives sont dues au hasard et s'interclassent donc de manière homogène.

• H_1 : Dans la population parente, les différences positives sont plus nombreuses et de plus grande amplitude que les différences négatives.

On a ici : $T_m = 5$. On lit dans la table du test de Wilcoxon, pour un seuil unilatéral à 5% : $T_{m,crit} = 10$. Comme $T_m < T_{m,crit}$, on conlut sur H_1 : le temps de réaction est significativement plus long dans la condition "Additif-vrai" que dans la condition "Additif-faux".